

CLAVES COGNITIVAS PARA ENSEÑAR MATEMÁTICA EN LA ESCUELA

Dinorah de León y Alejandro Maiche¹

Introducción: delimitación del problema

Nuestra vida cotidiana está llena de situaciones en las que debemos procesar información matemática para tomar una decisión o guiar nuestro comportamiento. Esto sucede, por ejemplo, cuando vamos de compras, cuando pensamos en estimar el tiempo que nos llevará ir a un lugar determinado o al preparar una receta de cocina. Por más sencillas y automatizadas que estén estas tareas, en todas ellas hay información matemática que estamos procesando, la mayoría de las veces sin darnos cuenta la mayoría de las veces. Todos los días los seres humanos desarrollamos este tipo de tareas independientemente de nuestro nivel de desempeño formal en matemáticas.

Si analizamos con un poco más de profundidad estas situaciones cotidianas, podemos ver rápidamente que la matemática puede ser considerada más que una simple herramienta descriptiva, ya que se la puede también como un fundamento para la toma de decisiones y acciones y, por tanto, como un conocimiento que impacta en el desarrollo social a través de la tecnología y la economía. Es en este sentido que podemos considerar a la matemática como una fuente de poder (1). Desde esta perspectiva, cabe preguntarse por el objetivo de la enseñanza de la matemática: ¿Necesitamos niños y niñas críticas que puedan cuestionar la realidad con base en razonamientos matemáticos? ¿Qué pasaría si encontramos un método de enseñanza que sea tan efectivo que nos asegure que todos las niñas y niños serán muy buenos en matemática? ¿Qué parte de lo social se están perdiendo aquellos y aquellas que no son buenas en esta disciplina? Pensar en la enseñanza de la matemática teniendo en mente este componente político nos empuja, como científicos, a diseñar estrategias más democráticas y efectivas (1). Es por esto que la discusión sobre los desempeños académicos —especialmente en matemática— es, en sí misma, una discusión sobre las posibilidades de la democracia.

La democracia se sustenta en la idea general de que todas y todos los ciudadanos tienen los mismos derechos y obligaciones (todos y todas somos iguales ante la ley). Sin embargo, sabemos que no todas las personas son iguales en términos de conocimiento, y menos iguales somos en términos de conocimiento matemático. Esto atenta contra el funcionamiento normal de nuestras democracias, ya que, para comprender la mayoría de los temas que forman parte

¹ Este trabajo fue financiado en parte gracias al soporte del FSED de ANII (Proyecto proyecto de investigación FSED_2_2019_1_156716)

del debate político, las y los ciudadanos necesitan —cada día más— un buen nivel de comprensión en matemáticas. Las discusiones normales sobre economía o educación, o incluso sobre el medio ambiente, requieren tener algunos conocimientos matemáticos claros y ser capaces de calcular porcentajes, probabilidades o simplemente de comprender la información que proporciona un gráfico.

Sin embargo, los resultados de las pruebas internacionales (como el Programa para la Evaluación Internacional de Competencias de Adultos [PIAAC]) revelan que este no es el caso en muchos países. Parece claro que una gran cantidad de personas adultas de diferentes países democráticos no cuentan con las herramientas básicas para comprender buena parte de los temas que se suelen discutir en las campañas políticas y, por consiguiente, son más vulnerables a las campañas políticas basadas en información falsa o engañosa (o las llamadas *noticias falsas*).

Desde esta perspectiva, la enseñanza de la matemática desde edades muy tempranas puede ser considerada como una política social que promueve la equidad en nuestras sociedades. El conocimiento cuantitativo y numérico específico es más predictivo de logros posteriores que las pruebas de inteligencia o capacidad de memoria (2). La precocidad matemática temprana en la vida parece predecir contribuciones creativas posteriores y liderazgo en papeles ocupacionales críticos. Por ello, mejorar la capacidad matemática desde el principio (cuando es más fácil de hacer) se debe considerar una política de equidad en el futuro, porque el conocimiento matemático será un factor determinante para la vida futura.

La matemática es una forma de pensar en la que la razón y los argumentos adecuados toman protagonismo. Por eso, la educación matemática es un factor clave para el fortalecimiento de la democracia. La equidad en el aprendizaje de las matemáticas es la piedra angular de una sociedad libre. Disuade a quienes quieren dominar a la gente y, por esta razón, la democracia debe abordar los malos resultados en matemáticas como un problema fundamental, un ataque real a sus bases. De esta manera, promover la educación matemática en las primeras etapas de la vida no solo contribuye a la equidad, sino que también ayuda a crear ciudadanos y ciudadanas empoderadas y capaces de participar en buena parte de las discusiones que nuestras sociedades tienen planteadas hoy y aún más en el futuro próximo.

Como investigadores e investigadoras de los procesos implicados en el aprendizaje de la matemática, nos abocamos a diseñar intervenciones que puedan mejorar las habilidades matemáticas de niños y niñas. Este es uno de los principales objetivos del naciente campo de la neurociencia educativa y, en particular, de la cognición matemática, una disciplina que apuesta a involucrarse cada vez más en el diseño de políticas públicas en educación.

Cognición matemática: ¿qué y para qué?

La *cognición matemática* se define como un área de estudio que busca comprender los procesos cognitivos que subyacen al conocimiento matemático (3). El campo de la cognición numérica y matemática se ha expandido enormemente en las últimas décadas. En la figura 1 se muestra el aumento que ha tenido la utilización del término *mathematical cognition* o *numerical cognition* en el resumen de las publicaciones científicas publicadas entre 1992 y 2016.

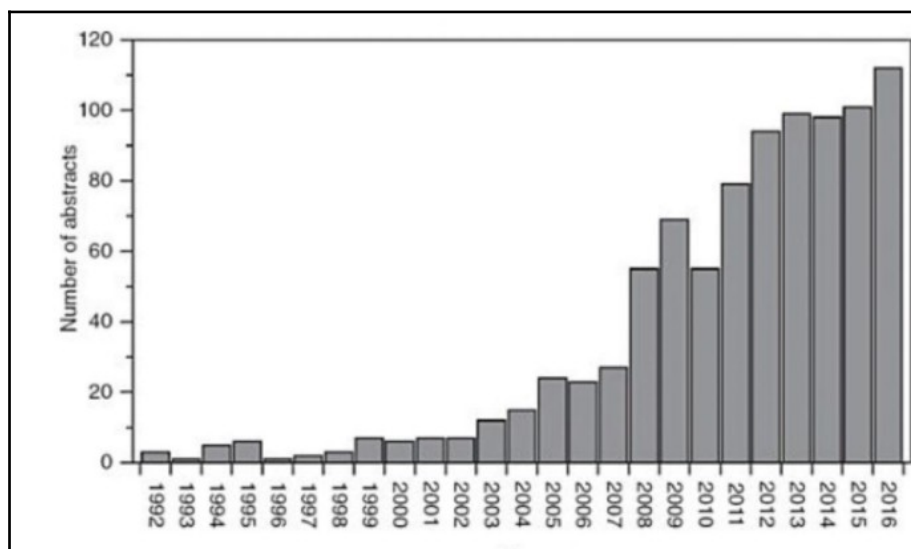


Fig. 1. Cantidad de artículos publicados entre 1992 y 2006 cuyos resúmenes incluyen los términos *mathematical cognition* o *numerical cognition*. Fuente: tomado de Gilmore, Göbel e Inglis (2018).

Esta nueva disciplina incluye científicos de otras diferentes como la didáctica, la psicología y la neurociencia, lo que permite la confluencia de diferentes saberes y avances sustanciales en nuestra comprensión de la evolución del cerebro y de los sistemas cognitivos que soportan la posibilidad de representar magnitudes (4). Su importancia se puede entender más allá del aprendizaje de problemas matemáticos en el aula, ya que el conocimiento matemático impacta directamente en diferentes situaciones prácticas de la vida cotidiana.

En Uruguay, los estudios en las diferentes temáticas que aborda la cognición matemática también han ido en aumento. Recientemente, nuestro equipo ha publicado un artículo que intenta rastrear los orígenes de los estudios en este campo en nuestro país así como los trabajos más actuales que se desarrollan sobre todo en el área de predictores, del diseño de intervenciones y del desarrollo de herramientas (5). Se muestra allí que las investigaciones en cognición matemática en nuestro país presentan hoy en nuestro país un acumulado de resultados que, lamentablemente, aún permanecen alejados de la formación

docente, de la currícula y, por consiguiente, también de la práctica educativa en la mayoría de los casos.

Esta distancia —aún hoy demasiado lejana— entre los avances de investigación en cognición y las prácticas de aula es algo que ya adelantaba en 1997 el filósofo John Bruer en su artículo «Education and The Brain: a bridge too far» (6). Probablemente, haya varias razones que expliquen esta distancia, pero sin dudas la limitada capacidad que han mostrado nuestros resultados de investigación para transformarse en asidero de las prácticas de aula es una de ellas. También puede deberse a que la neurociencia no sea el camino más directo para llegar a influir en las prácticas educativas, como sostiene el psicólogo de la Universidad de Bristol, J. Bowers en su crítica a la neurociencia educacional de 2016 (7).

La investigación educativa es, probablemente, una de las áreas más difíciles de la investigación, ya que debe lidiar con condiciones dinámicas como el poder del contexto y las interacciones sociales que se desarrollan en los ambientes (8). Sin embargo, esta característica hace aún más importante que los conocimientos sobre las bases cognitivas del aprendizaje sean una pieza fundamental de la planificación del aula. La aplicación de conocimientos neurocognitivos a las prácticas escolares es algo relativamente reciente en la historia de la educación y configura una nueva área en la que, por suerte, cada vez hay más conocimiento dirigido en especial a este objetivo (9, 10).

Este capítulo pretende justamente contribuir a fortalecer este vínculo y ser útil para la práctica educativa con especial foco en la enseñanza de la matemática. Se organiza en cuatro grandes apartados. En el primero se presenta un breve repaso de las características del desarrollo de las habilidades matemáticas en la primera infancia para comprender, a partir de allí, la importancia del lenguaje y del involucramiento de las familias en el aprendizaje de la matemática. Luego, en un segundo apartado, se examinan los principales factores sociales que inciden en dicho desarrollo y que pueden afectar la evaluación de desempeño. Esto muestra la dificultad inherente a la evaluación de las habilidades matemáticas tempranas; tema que se aborda en el apartado 3, donde se presenta también una herramienta desarrollada por nuestro equipo para evaluar las habilidades matemáticas en niños y niñas de educación inicial (cinco años) y de primer año escolar (seis años). Finalmente, en el cuarto y último apartado se discuten algunos elementos y estrategias que surgen de la investigación en cognición matemática y que pensamos son factibles hoy de ser aplicados al aula y las prácticas educativas de enseñanza de la matemática.

El desarrollo de las habilidades matemáticas

Uno de los investigadores que más aportó a lo que sabemos hoy sobre los mecanismos cognitivos del aprendizaje en los primeros años de vida fue, sin dudas, Jean Piaget (1896-1980). En su teoría psicogenética hizo énfasis en que el proceso de aprendizaje es una construcción en donde el sujeto tiene un papel central y activo en interacción permanente con el mundo exterior. Esta noción, que da origen al constructivismo, tuvo (y aún tiene) una gran influencia en el diseño de la mayor parte de los programas educativos modernos en los que el aprendizaje es concebido como una construcción interna que del ser humano a partir de su comprensión de las relaciones con los objetos del mundo exterior. Según esta teoría, es mediante el descubrimiento de las regularidades del entorno que niños y niñas comienzan a armar nociones sobre el comportamiento de los objetos que, a su vez, son la base sobre la que construirán conocimientos cada vez más abstractos. Sin embargo, no está claro en la teoría piagetiana cuál es el punto de partida del conocimiento en niñas y niños ni tampoco el origen de la capacidad de abstracción o de representación.

Podemos decir que toda capacidad matemática requiere capacidad para representar o simbolizar. Es por esta razón que la progresión en las habilidades y destrezas matemáticas es paralela a las posibilidades que las y los niños presentan para simbolizar y desarrollar pensamiento abstracto. Por lo tanto, podemos asumir que bajo cualquier progresión de habilidades matemáticas reside una progresión similar para la capacidad de operar con símbolos y modelos mentales cada vez más complejos (11). Desde el punto de vista clásico (12, 13), se considera que la capacidad simbólica se desarrolla a partir de los dos años con la emergencia del lenguaje, la pérdida progresiva de perspectiva egocéntrica y la aparición de cierto grado de lógica. Sin embargo, en los últimos años, el estudio de la cognición en bebés ha aportado datos que cuestionan con fuerza la idea de que la capacidad simbólica surge tardíamente en los niños. De hecho, la pregunta por las condiciones que permiten el surgimiento de las ideas abstractas y de los conceptos es un área de fuerte debate en la que buena parte de los investigadores cognitivos contemporáneos se esfuerzan en precisar los mecanismos por los que podría emerger dicha capacidad en los humanos (para más detalle sobre este asunto, véase 14 y 15).

Además de los supuestos teóricos en los que Piaget sustenta sus postulados de desarrollo cognitivo, la metodología utilizada para sus experimentos también ha sido cuestionada, ya que está basada en la observación de un pequeño número de casos o reportes clínicos. Por otro lado, por más que Piaget era biólogo (devenido luego, para muchos, en

psicólogo del aprendizaje) sus escritos se centran en el funcionamiento mental y les dan poco lugar a las estructuras biológicas que podrían soportar el desarrollo (tardío, para él) de determinadas competencias (16). De hecho, la teoría piagetiana considera, por ejemplo, que los y las niñas no tienen habilidades matemáticas tempranas ni tampoco un sistema de procesamiento de cantidades preestablecido. Para Piaget, la noción de número se adquiere tardíamente (entre los cinco y los seis años) de manera progresiva mediante la interacción sensorial con el entorno (17).

Sin embargo, mucho se ha avanzado sobre el tema del surgimiento de la competencia matemática en niños y niñas, ya que resulta un buen modelo para entender cómo surgen los conceptos y la capacidad de simbolizar. En 1992, Stanislas Dehaene propuso un modelo para explicar cómo podrían procesar los números y las cantidades mediante sistemas preestablecidos. En este modelo (*modelo de triple código*(18)) (18) se propone la existencia de tres sistemas con representaciones independientes, pero que interactúan entre sí dependiendo de la tarea a resolver.

1. Un *sistema de la cantidad*, más conocido como *sentido numérico (number sense)*, procesa la cantidad de manera no simbólica y utiliza una representación abstracta que no es verbal, pero incluye contenido semántico de proximidad (el 5 está cerca del 6). Se pone en juego, por ejemplo, cuando se comparan cantidades (más *versus* menos) y también en tareas de aproximación, incluso en distintas modalidades sensoriales. Se postula que está disponible desde el nacimiento tanto para humanos como para animales
2. Un *sistema visual* que participa de las representaciones y manipulaciones de los números en formato simbólico. Permite identificar a los números como cadenas de dígitos y, por lo tanto, se pone en juego una vez que es aprendido a través de la instrucción formal, al momento de hacer operaciones complejas (19)
3. Un *sistema verbal* en el que los números y sus relaciones se representan en formato verbal, tanto léxico como fonológico y sintáctico. Es un sistema que necesita, para activarse, ciertos aprendizajes ya que codifica las palabras que nominan a los números, las tablas de multiplicar, etcétera.

Por tanto, el modelo de triple código para el procesamiento de los números permite ordenar en tres sistemas independientes la codificación de los diferentes aspectos que están involucrados en el aprendizaje de la matemática temprana: la posibilidad de estimar y comparar cantidades de manera aproximada (sistema de la cantidad), la identificación y el reconocimiento visual de los números (sistema visual) y la posibilidad de decodificar y

nombrar a los números como representaciones exactas de la cantidad (sistema verbal). A partir de esta división gruesa de competencias se pueden ubicar capacidades más específicas como la paridad en el sistema visual o el conteo en el sistema verbal (para más detalle sobre esto, véase (20). Algunas de estas capacidades, como las codificadas por el sistema de la cantidad, parecen ser innatas y se relacionan directamente con determinadas áreas de la corteza cerebral.

Para Carey (14), el desarrollo de los conceptos matemáticos tiene una representación primaria innata que funciona como punto de partida de los aprendizajes siguientes. Para Spelke (21), niños, niñas y personas adultas construyen nuevas habilidades a partir de la interacción de sistemas de componentes cognitivos que ya tienen una larga historia ontogenética y filogenética, y coincide en este sentido con Carey (14), quien describe a estos sistemas como *Core Knowledge Systems* o sistemas de cognición nuclear que son parte de las bases cognitivas con que venimos al mundo y se activan desde muy temprano en la vida pero se desarrollan progresivamente con el aprendizaje. Por ejemplo, en un experimento hecho con bebés de apenas 48 horas después de nacer, se observó que los pequeños participantes orientaban su atención al estímulo visual consistente con la cantidad de elementos auditivos (un conjunto de tonos y pulsos), lo que mostraba que ya a las 48 horas de vida contamos con precursores de lo que conocemos como sentido numérico (22).

Rodríguez y Scheuer (23) coinciden con Carey (14) en que niños y niñas nacen con una *cognición nuclear (core knowledge system)* que podría ser la base neuropsicológica del aprendizaje matemático posterior y que es sustancialmente diferente a la idea de sistemas de dominio general de *construcción* de Piaget. La idea que plantean estos autores pospiagetianos es justamente que el aprendizaje de la matemática se apoya en diferentes sistemas de conocimiento que son utilizados además utilizados en tareas diversas y que tienen una base filogenética común, modificable por el aprendizaje (24, 25, 26). Así, la teoría de los sistemas de conocimiento nuclear postula que la organización y la adquisición de nuevas capacidades en la mente humana no ocurre ni mediante un sistema de propósito general —como sugiere Piaget— ni tampoco exclusivamente en con base en ciertas predisposiciones o sistemas cognitivos (14). Por el contrario, la propuesta implica asumir que los seres humanos tenemos diferentes sistemas de cognición nuclear que constituyen la base para la adquisición de nuevas habilidades y nuevos conceptos (27) y que se activan desde muy temprano, seguramente a partir de la presencia de los estímulos adecuados.

A partir de estos conceptos, autores como Aunio y Heiskari (28) proponen un modelo para explicar el desarrollo de las habilidades numéricas a partir de cuatro fases: el *sentido*

numérico, que permitirá la comprensión de las *relaciones matemáticas* entre objetos; el aprendizaje del *conteo* y de las reglas que lo estructuran, y, finalmente, el manejo de las *operaciones básicas*. Veamos en detalle cada una de ellas.

El sentido numérico

En los primeros meses de vida, niños y niñas se enfrentan a nociones matemáticas de tipo informal como por ejemplo la comparación de tamaños, distancias o cantidades. En este momento en el que ya son capaces de discriminar entre dos conjuntos de elementos con distintas cantidades, comienzan a desarrollar una visión matemática del mundo. La comprensión de que un conjunto puede variar en su cantidad de elementos y la capacidad para reconocer un cambio en la cantidad cuando se agregan o se quitan elementos se denomina *sentido numérico* (19).

El sentido numérico ha sido definido de varias maneras, y es así que en la literatura podemos encontrar dos grandes líneas que difieren en su concepción. Por un lado, desde una postura más educacional, el sentido numérico hace referencia a aquellas habilidades que aparecen antes de la educación formal como por ejemplo la estimación de cantidades, la comparación entre números, los patrones numéricos o la estimación de magnitudes, entre otros (29). Por otro lado, en las neurociencias se utiliza el concepto de sentido numérico para referirse únicamente a las habilidades de tipo intuitivo de estimación y, por lo tanto, se define como un sentido de tipo preverbal no simbólico. Es interesante señalar que este sentido numérico es una habilidad antigua en la evolución y está también presente en otras especies. Así, algunos animales como las ratas o las palomas tienen la capacidad de representar cantidades mentalmente y transformarlas según reglas aritméticas utilizando un sistema que los investigadores llaman *acumulador*, que les permite implementar este procesamiento (30). Lo que resulta más interesante aún es que los bebés también tienen la habilidad de reconocer si a un pequeño conjunto se le han agregado o quitado elementos, es decir, si ha cambiado su composición. El hecho de que —como se dijo— desde edades muy tempranas —¡desde las 48 horas de haber nacido!— esté presente en nosotros una habilidad intuitiva para el procesamiento numérico resulta clave para comprender que venimos al mundo con una base innata sobre la cual se irán desarrollando luego nuestras habilidades (31). Desde esta concepción, el sentido numérico es la base de las habilidades matemáticas más complejas, ya que puede considerarse una habilidad que predice el desempeño matemático en edad escolar (28).

De interés: cómo medir el sistema numérico aproximado

En una investigación recientemente llevada a cabo recientemente por el equipo de investigación en cognición numérica (32) se midió el porcentaje de aciertos en tareas de comparación de cantidades. Frente a la pregunta «¿De qué lado de la pantalla hay más puntos?» niños y niñas de nivel 5 y de primer año de escuela respondieron, para conjuntos con diferentes proporciones, como se muestra en la gráfica de la figura 2.

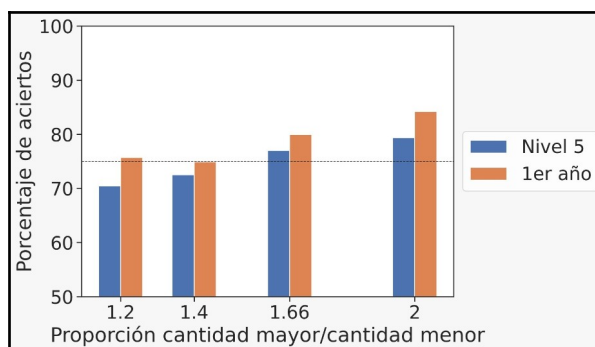


Figura 2. Porcentaje de aciertos de niños de 5 y 6 años en tareas de comparación numérica para distintas proporciones.

Como muestra la figura 2, a medida que la proporción entre conjuntos es mayor (es más evidente que un grupo tiene más puntos que el otro) el porcentaje de aciertos aumenta en ambos grupos. A su vez, las y los niños más grandes (representados en color naranja) aciertan más que los y las más chicas en todas las proporciones presentadas. Nótese que esta tarea no implica el manejo de contenido simbólico, ya que son tareas de comparación de puntos (para ver un ejemplo de esta tarea, véase la Prueba Uruguaya de Matemáticas (PUMA) que se presenta más adelante en este capítulo).

En la figura 2 se muestra la línea que significa alcanzar el 75 % de aciertos, ya que se puede considerar el nivel en el que niños y niñas son capaces de discriminar la cantidad de puntos con confianza. Para el caso de las y los niños de cinco años esto ocurre ante una proporción 1,66 (por ejemplo, 10 puntos y 6 puntos), pero cuando los y las niñas tienen seis años alcanza con una proporción de 1,4 (10 puntos y 7 puntos). Estos datos coinciden con lo que muestra la literatura internacional al respecto para estas edades (33).

Las *relaciones matemáticas* implican, por ejemplo, el uso de los términos *más*, *menos*, *mayor* y *menor*. En esta etapa es de suma importancia el uso de materiales concretos para poder comparar objetos, ordenarlos según algún criterio lógico y para clasificar elementos a partir de una o más cualidades. En esta fase también ocurre el aprendizaje de la cardinalidad que resulta esencial para la habilidad de conteo que se aprenderá posteriormente: la

correspondencia entre elementos y la noción de las partes y el todo, es decir, la comprensión de que un conjunto mayor está compuesto de partes (principio de adición).

El *conteo* implica aprender las palabras numéricas (uno, dos, tres, etc.), conocer su orden, saber que cada palabra corresponde a una cardinalidad determinada, entender que cada elemento se cuenta una vez sola y que el último elemento contado es el que representa la totalidad del conjunto (cardinalidad). Es una de las nociones matemáticas más facilitada en nuestra cultura, ya que está presente en canciones, juegos y cuentos. Esta capacidad será la base para el posterior aprendizaje de la aritmética y está fuertemente relacionada con el uso de las palabras numéricas. Mediante el conteo, niños y niñas son capaces de crear una asociación entre una numerosidad y una representación simbólica de las cantidades. El aprendizaje de la cardinalidad es un hito en el desarrollo numérico, porque permite asignar un significado numérico a símbolos arbitrarios definidos por la cultura (34).

Por último, el aprendizaje de la *aritmética básica* se logra mediante el uso de principios lógico-matemáticos de sumas y restas sencillas y los símbolos matemáticos que darán lugar a la comprensión de las operaciones cada vez más complejas.



Figura 3. Hitos en el desarrollo de las habilidades matemáticas según el modelo propuesto por Aunio y Heiskari, (2015).

Como el lector habrá podido observar, el tránsito por las diferentes fases que plantea el modelo asume la progresiva influencia del lenguaje. Es claro que el manejo de las relaciones matemáticas, el conteo y, por supuesto, la aritmética se apoyan con fuerza en el uso del lenguaje. De hecho, las interacciones entre lenguaje y matemáticas vienen siendo muy discutidas e investigadas en la literatura cognitiva en los últimos años (para una revisión sobre este tema, véase Spelke 2017). A continuación, describimos brevemente algunos de los últimos descubrimientos en relación con cómo influye el lenguaje en el aprendizaje de matemática y un trabajo en curso que se está desarrollando en la actualidad en nuestro grupo.

2.1 El lenguaje

La importancia del lenguaje en el desarrollo de las habilidades matemáticas parece incuestionable. Parte de nuestro conocimiento matemático está ligado al uso del lenguaje porque es a través de él que podemos crear una representación de las cantidades y así comprender el significado de los números (35). Es mediante el uso de frases compuestas por un sustantivo y un determinante, por ejemplo *una taza, un gato*, que se comienza a comprender el significado de las palabras que hacen alusión a las cantidades numéricas (*Juan tiene 3 animales*). Los niños y niñas comienzan a entender las palabras numéricas que refieren a los números 1, 2 y tres 3 mediante el mapeo de frases con sustantivo que contienen representaciones de conjuntos del 1 al 3 (31).

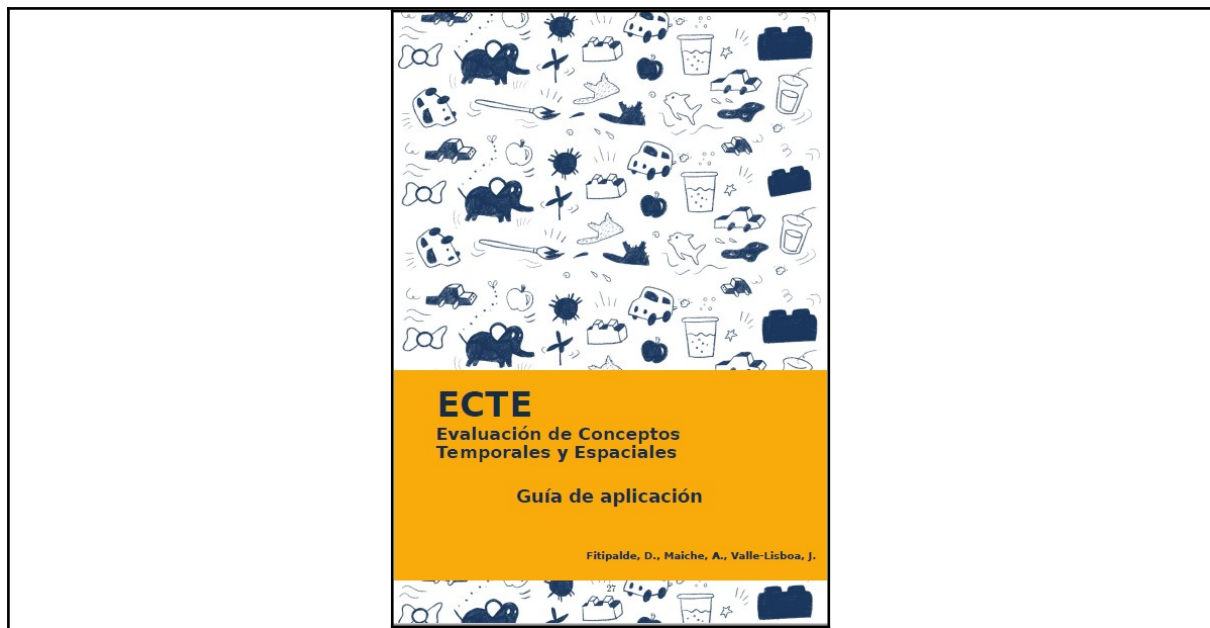
Una subárea de interés es el vocabulario específicamente matemático, es decir, el uso de aquellas palabras que refieren a las cantidades numéricas (*uno, dos, tres*) así como a las palabras que definen las posibles relaciones entre cantidades y magnitudes (*mayor, menor, igual, muchos, pocos, quitar, un poco, la mayoría, más*).

Algunas investigaciones han mostrado que si se estimula el uso de lenguaje matemático en niños y niñas de entre tres y cinco años de edad se comprueban mejoras en sus habilidades numéricas (36). A su vez, el nivel de vocabulario matemático que manejan los y las niñas de entre tres y cinco años es un predictor del desempeño matemático (37).

El desarrollo de las habilidades matemáticas se produce en la interrelación entre estructuras preestablecidas (con las que niños y niñas vienen al mundo, como por ejemplo el sistema de la cantidad) y un ambiente que provee experiencias suficientes, variadas, sostenidas en el tiempo y, en el mejor de los casos, guiadas por otra persona con mayor experiencia. En este sentido, tanto la calidad del contexto donde se produzca este desarrollo como la calidad de las interacciones con las y los otros serán elementos determinantes para el aprendizaje en general y de la matemática en particular.

De interés: Evaluación de conceptos temporales y espaciales

En el Centro Interdisciplinario en Cognición para la Enseñanza y el Aprendizaje se está llevando a cabo un estudio de las relaciones entre las habilidades matemáticas y el lenguaje, en particular con la adquisición de las nociones de orden y los términos lingüísticos que denotan relaciones espaciales o temporales. Para el desarrollo del estudio se creó un instrumento de evaluación de conceptos temporales y espaciales (ECTE), como por ejemplo el uso correcto de los términos *antes, después, primero y último*. Los resultados preliminares muestran una asociación clara entre las habilidades matemáticas y el conocimiento de los conceptos temporo-espaciales.



Llegados a este punto es probable que lectores y lectoras tengan claro que el desarrollo de las habilidades matemáticas en niños y niñas se asienta en algunas características innatas, pero que, al mismo tiempo, las interacciones a las que las y los niños están expuestos en las primeras etapas de su vida resultan determinantes. En este sentido, el papel de las familias en el aprendizaje de las matemáticas tempranas resulta un factor clave que, lamentablemente, nuestros sistemas educativos no han logrado incorporar aún de una manera sistemática.

2.2 El involucramiento de las familias en el aprendizaje matemático

Podemos pensar al ambiente familiar como el principal contexto donde el desarrollo cognitivo tiene lugar, aunque, por supuesto, no es el único. Muchas investigaciones han mostrado que cuando los padres y madres se involucran en el aprendizaje, generan un efecto positivo importante en el desempeño académico de sus hijos e hijas (38). Las investigaciones observan que aquellos niños y niñas cuyos padres están más involucrados en su educación, muestran niveles académicos más altos que aquellas y aquellos cuyos padres se involucran menos, incluso cuando se controla por el IQ de los niños y niñas (39).

Existen diversas formas en que las familias pueden comprometerse con el aprendizaje de sus hijos/as, algunas de ellas son más directas y otras menos. Por ejemplo, las creencias y las metas que madres y padres tienen para sus hijos e hijas y cómo dirigen sus esfuerzos para lograrlas son una de las formas más importantes de involucramiento. Otros elementos que se consideran a la hora de medir el involucramiento de madres y padres son la percepción de su propio papel con respecto al desarrollo del niño o niña, el clima emocional y el ambiente de aprendizaje que se crea en el hogar y también las conexiones con el mundo exterior (el apoyo

de otros familiares, vecinos o amigos). Estas características definen lo que se conoce como *parentalidad*, que depende por lo tanto de factores tanto genéticos y experienciales como de la composición familiar, los niveles socioeconómico y educativo y el tipo de trabajo de madres y padres (40). Es evidente que no todos los padres y madres tienen las mismas oportunidades o recursos para implicarse en esta tarea (41).

Las investigaciones en relación con el aprendizaje de los conceptos matemáticos han mostrado que madres y padres son capaces de proveer distintos niveles de soporte a sus hijos ajustando su comportamiento según el desempeño del niño. El apoyo de los padres no siempre tiene como resultado una mejora en la estrategia que usan niñas y los niños, ya que la relación entre el comportamiento de los padres y el desempeño de sus hijos e hijas es compleja y depende del contexto (42). Los resultados muestran que aquellos cuyos padres y madres se involucran voluntariamente en el aprendizaje suelen tener mejores resultados que quienes se involucran de una manera reglada (43, 44).

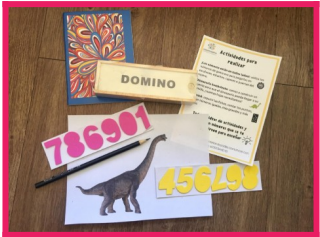
En nuestro país, los datos sobre el involucramiento de madres y padres en los aprendizajes de sus hijos e hijas, recabados a través de la encuesta TERCE 2015 (45) muestran que Uruguay es uno de los países de la región con menor involucramiento. Las familias son agentes importantes en la estimulación de niños y niñas, en el desempeño académico general y específicamente en el área de la matemática. Sin embargo, este apoyo muchas veces este apoyo no parece ser suficiente si los padres y madres no están preparados para ello, sobre todo en contextos socioculturales con poca formación de estos.

Entonces, ¿qué se puede hacer desde los centros educativos para fomentar la participación de las familias? Hay diversos programas de involucramiento familiar que han resultado de gran importancia no solo para niñas y niños, sino para las escuelas y para los propios padres y madres. En este sentido, se ha visto que es posible promover la responsabilidad, su participación y toma de decisiones para afectar de forma positiva el aprendizaje y el desempeño de sus hijos e hijas. Las intervenciones enfocadas en la promoción de las habilidades matemáticas tempranas se consideran efectivas para mejorar las habilidades de niños y niñas pequeñas (46).

**De interés: Intervención en matemática para padres: Aprendiendo
Mediante Talleres de Actividades**

En el equipo de investigación en cognición numérica hemos creado un programa de involucramiento para madres y padres en el aprendizaje matemático de niños pequeños denominado *Impacta*,² que fue aplicado en centros educativos en los cuales se proponen

tres talleres destinados a las familias.

Taller 1: conteo	Taller 2: geometría	Taller 3: medición
<ul style="list-style-type: none"> ● Contar objetos en el hogar, en la calle, en el camino a la escuela, etc. ● Pegar números en cajones, escaleras, puertas, etc. 	<ul style="list-style-type: none"> ● Reconocer y nombrar formas geométricas en objetos del hogar. ● Clasificar por tamaño, color, forma. 	<ul style="list-style-type: none"> ● Comparar pesos, tamaños y distancias. ● Medir objetos en el hogar, medirse a sí mismo. 

El programa parte de la importancia de vincular contenido matemático a las tareas cotidianas y, desde ahí, promover este tipo de habilidades que los niños tienen desde antes incluso del comienzo de su formación inicial. El programa se basa en kits de materiales para desarrollar actividades con niños y niñas y un cuestionario de seguimiento de las actividades que madres y padres llevan a cabo en sus hogares. En el sitio web³ del grupo de investigación en cognición numérica de la Facultad de Psicología (apartado «Productos») está disponible un cuadernillo para madres y padres donde se detallan algunas de las actividades lúdicas para hacer en el hogar con niños y niñas de cinco y seis años que apuntan a fortalecer las bases para el aprendizaje de la matemática formal a través del robustecimiento del vínculo de este conocimiento con situaciones habituales de los hogares.

2 Intervención en Matemática para Padres: Aprendiendo en Casa mediante Talleres de Actividades
 3 <http://cognicionnumerica.psico.edu.uy>

3. Factores sociales que inciden en el aprendizaje de la matemática

Tal como mencionamos en la introducción de este capítulo, el origen de los conocimientos matemáticos ha sido estudiado por varias disciplinas e investigadores. Primero, desde la psicología del desarrollo el principal aporte estuvo a cargo de Piaget, quien introdujo el término *conocimiento lógico-matemático* sugiriendo que estos aprendizajes dependen exclusivamente de un proceso de construcción propia del aprendiz y que están subordinados al estadio del desarrollo humano. En la actualidad, se propone la existencia de *núcleos de conocimiento matemático* de naturaleza innata que se activan ante ciertas condiciones del ambiente. En cualquier caso, parece claro que no podemos negar la importancia del contexto ni la existencia de una predisposición innata hacia el contenido matemático.

En este apartado intentamos mostrar cómo operan algunos factores sociales en este proceso de desarrollo y adquisición de las competencias matemáticas tempranas. Sabemos que existe una conexión robusta entre el ambiente y el desempeño de niños y niñas en variadas diversas áreas (47, 48). El efecto de los ambientes en el aprendizaje se basa en proveer a niños y niñas de habilidades fundacionales que funcionarán como un *trampolín* hacia el logro académico y, por lo tanto, se puede considerar como un predictor de las habilidades que se desarrollarán en años posteriores (48). Específicamente en el área matemática, el hogar —como veíamos en el apartado anterior— es el ambiente que provee de las primeras experiencias numéricas y que influye en el desarrollo de habilidades. Por ejemplo, el ambiente de aprendizaje y la su calidad pueden ser un factor determinante de los bajos desempeños, aunque, obviamente, no es el único: la cantidad y la calidad de las experiencias matemáticas que niñas y niños tienen en sus hogares son un factor determinante y esto, muchas veces, está ligado al contexto socioeconómico (49).

3.1 Contexto socioeconómico

El nivel socioeconómico (NSE) es una variable muy amplia que incorpora diferentes aspectos como la educación de quienes sostienen el hogar, la ocupación o el valor de los ingresos de una familia, entre otros. Desde el punto de vista sociológico, el cálculo del NSE de un grupo de personas o de las y los niños en edad escolar tiene en cuenta variables como la esperanza de vida al nacer, el promedio de años de educación de los padres, el ingreso anual, la mortalidad materna, entre muchos otros indicadores. Frente a contextos donde estos índices no permiten la calidad de vida de las personas es que hablamos de pobreza (50).

Estos contextos impactan fuertemente en el desarrollo físico, socioemocional y cognitivo de niños y niñas (51). En este sentido, varios estudios longitudinales muestran que el NSE es un fuerte predictor de los desempeños académicos y que esta relación es constante para todas las edades (52). La brecha de desempeños según el NSE comienza entonces desde una etapa muy temprana. Por ejemplo, niños y niñas pequeñas de diferentes grupos socioeconómicos tienen hasta ochenta palabras de diferencia a los 18 meses de edad, pero la brecha parece crecer a la edad de dos años, cuando la disparidad en el desarrollo del vocabulario aumenta a 150 palabras (53). Algo similar ocurre en el conocimiento matemático donde la brecha de desempeños entre diferentes NSE está bien documentada para varios países (54). Al parecer, las diferencias en el desempeño matemático relacionadas con el NSE aparecen temprano en el desarrollo, son persistentes y abarcan no solo el conocimiento informal de los números, sino también áreas matemáticas formales como la aritmética o la geometría.

Si bien existen diferencias en el desempeño académico en función del NSE para todas las áreas del conocimiento, el peso del NSE en el resultado de desempeño no se distribuye equitativamente en las diferentes competencias. Los datos de diferentes pruebas estandarizadas (PISA, PIRLS, etc.) muestran que las diferencias por NSE en Matemáticas son mayores que las que se verifican en Lenguaje o Ciencias. Si bien es cierto que la mayoría de estas pruebas estandarizadas no se toman al comienzo de la escuela, esto podría mostrar el fuerte carácter acumulativo que requiere el aprendizaje matemático y la necesidad de una base sólida para la adquisición de operaciones abstractas. Esto es coherente con lo que muestran los análisis en diferentes países en cuanto a que la competencia matemática temprana es el predictor más poderoso del rendimiento académico general durante los años de la escuela primaria (55). En consecuencia, podemos decir que potenciar el aprendizaje temprano de las matemáticas es, sin dudas, uno de los mayores desafíos que deben enfrentar los sistemas educativos para garantizar igualdad de oportunidades a sus ciudadanos y ciudadanas, con independencia del NSE del que provengan.

Lamentablemente, las diferencias detectadas en la educación inicial continúan a lo largo de la trayectoria académica de niños y niñas, provocando, por ejemplo, tasas de deserción mucho más altas para adolescentes de bajos ingresos que sus pares de clase media. Para el caso concreto de la matemática, todavía existe cierto debate sobre el origen de estas diferencias tempranas (56), aunque los investigadores coinciden en que se arraigan mucho antes de que las y los niños comiencen la escuela. Las razones de estas diferencias probablemente incluyen probablemente factores perinatales, así como diferencias en la

estimulación cognitiva temprana. La mayoría de los investigadores está de acuerdo en que un factor clave para explicar estas diferencias puede ser la calidad de la información y de las interacciones sociales a las que están expuestos los y las niñas en sus primeros años de vida. Las creencias y prácticas matemáticas de madres y padres varían con el NSE y generan que los de NSE medio tiendan a creer más en el papel que juega el hogar en la preparación de niños y niñas pequeñas para las matemáticas, mientras que los de NSE más bajo no creen en el peso del hogar para el aprendizaje ya que es la escuela la que juega necesariamente el papel más importante. Asimismo, se sabe que tanto las metas que los padres tienen para sus hijos, como la naturaleza emocional de las relaciones y las prácticas que se suceden en los hogares varían en función del nivel socioeconómico (57). También se han encontrado diferencias en el desarrollo de actividades matemáticas en contextos de alto y bajo NSE. Por ejemplo, las actividades llevadas a cabo por familias de NSE más altos parecen ser más estructuradas y con un objetivo definido mientras que aquellas encaradas por familias de NSE más bajos no tienen un objetivo tan claro (58). El resultado de estas diferentes prácticas se plasma en preparaciones distintas en el área de matemática que tienen los niños de diferentes contextos al comenzar la escuela (59).

Si bien todos confiamos que esta realidad puede y debe ser modificada por la escuela en tanto garante de igualdad, lo cierto es que se presenta como inamovible desde hace algunos años, en especial en Uruguay (60). Para diseñar políticas que contrarresten este proceso, debemos comprender mejor qué factores determinan estas diferencias en el caso específico de las matemáticas. Es evidente que, como mencionamos antes, las diferencias en relación con las expectativas o con el tipo de actividades que plantean los padres juegan un papel importante. Sin embargo, la confianza en uno mismo es otro factor que parece ser muy importante en general para el aprendizaje de las matemáticas. Algunos estudios han mostrado que la confianza en sí mismos de los estudiantes en sí mismos de los estudiantes para aprender matemáticas influye fuertemente en su rendimiento. Si bien no se sabe mucho sobre cómo se puede estimular la confianza en matemáticas en niños y niñas pequeñas, los avances en cognición numérica muestran que las habilidades matemáticas se asientan sobre una capacidad perceptiva (de estimación aproximada) que es pasible de entrenar. Dos estudios recientes diferentes (61, 62) muestran que podemos impactar sobre el rendimiento matemático de niñas y niños pequeños a partir de breves tareas de aproximación. Estos estudios proporcionan evidencia preliminar de que las intervenciones basadas en el sistema numérico aproximado pueden ayudar a niños y niñas a sentirse más seguros con el contenido matemático y, por esa razón, mejor preparados para las operaciones matemáticas que

aprenderán a desarrollar simbólicamente en la escuela. En este sentido, creemos que la introducción de tareas de estimación aproximada que estimulan la precisión del sistema numérico aproximado en las prácticas de aula de educación inicial, puede ser un elemento que contribuya a suavizar las diferencias con que los niños de diferente NSE llegan a la escuela en cuanto a su preparación para la adquisición de conceptos matemáticos.

De interés: Nivel socioeconómico y Panamath⁴

Un trabajo anterior de nuestro equipo hecho en 2013 planteó una intervención basada en fortalecer el ANS a través de tablets del plan Ceibal (Valle Lisboa et al., 2016). Los resultados mostraron que niñas y niños de primer año de educación formal (seis años de edad) provenientes de escuelas de NSE bajo tienen una representación menos precisa del ANS que las y los niños de las escuelas con NSE alto (figura 4).

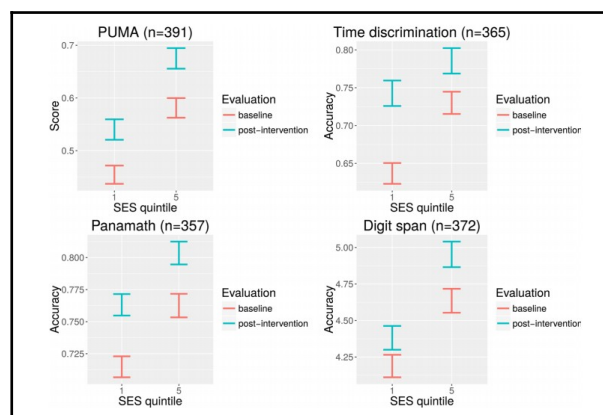


Figura 4. Resultados en diferentes tareas cognitivas antes y después de la intervención para diferentes NSE. Obsérvese la variación específica en ANS en niños y niñas de escuelas de bajo y alto NSE (quintiles 1 y 5, respectivamente).

Estos datos muestran que las diferencias no solo están presentes para las matemáticas simbólicas (como suelen mostrar las pruebas estandarizadas), sino también para las tareas de estimación que se basan en aspectos perceptivos (que están presentes desde los primeros años de vida) lo que contribuye a socavar el aprendizaje matemático en la escuela.

3.2 Las expectativas y las creencias de las maestras y maestros

Cuando hablamos de las creencias de las maestras y maestros hacia la matemática nos referimos a cómo ellos consideran la naturaleza de la matemática, la enseñanza y el aprendizaje, así como su evaluación. Esta noción es de gran importancia en el ámbito de la

4 Panamath es una tarea desarrollada por el Laboratorio de Justin Halberda que permite medir la precisión del ANS a través de un dispositivo electrónico. Para más detalle, véase: <https://panamath.org/>

matemática educativa, ya que las creencias determinan la manera en que se enseña esta disciplina (63).

Una de las formas en que las creencias de las maestras y maestros impactan en el interés hacia la matemática es la interpretación que niños y niñas hacen de las actitudes que muestran las sus docentes durante sus prácticas de enseñanza. Estas actitudes se pueden observar a través del *feedback*, de las respuestas emocionales y de las prácticas en el aula (64). El desempeño académico está directamente relacionado con la motivación y es en esta última que las creencias y posturas que toman las maestras y maestros pueden impactar de forma positiva en el aprendizaje. La influencia de las creencias de docentes (al ubicarnos en el ambiente educativo) tiene más peso en los primeros años de educación formal, ya que en la adolescencia comienza adquiere más peso el vínculo con pares (65). A su vez, las actitudes negativas hacia la matemática se han relacionado con falsas creencias como que hay que ser inteligente para ser bueno o buena en matemática, que es aceptable ser malo o mala en matemática porque es una disciplina difícil o que la matemática no se usa tanto fuera de ocupaciones específicas.

Entre las creencias de maestros y maestras que explican el éxito y el fracaso académico de niños y niñas, se han identificado cuatro (66):

1. Habilidad habilidad/falta de habilidades;
2. Esfuerzo esfuerzo/falta de esfuerzo;
3. Facilidad facilidad/dificultad de la tarea, y
4. ayuda/falta de ayuda por parte del o la maestra o la familia.

En este estudio se vio que maestras y maestros establecen atribuciones causales en el aprendizaje de la lectura de la siguiente forma: cuanto más motivación y mejor desempeño muestran sus estudiantes, más se les atribuye este buen desempeño a causas internas como la habilidad o el esfuerzo y menos a causas externas como recibir ayuda por parte de otros. Y, a su vez, cuanto más se le atribuye este resultado a causas internas, más motivados estarán niños y niñas en futuros aprendizajes. De lo anterior podemos resumir que las creencias y expectativas de maestros y maestras están fuertemente relacionadas con las características de sus prácticas de aula, que terminan a su vez impactando en el aprendizaje de sus alumnos y alumnas (67).

No obstante, estudiar los efectos de las prácticas de enseñanza no parece ser tan sencillo, dado que no hay un consenso en la literatura sobre qué se considera una creencia de la maestra o el maestro, una expectativa o cómo estas últimas afectan su comportamiento (68).

Particularmente en el estudio de las creencias de las maestras en relación con la enseñanza de la matemática, se ha visto que estas se pueden organizar en

- a) creencias sobre el talento de ellas mismas;
- b) creencias sobre la dificultad de la matemática, y
- c) gusto por la matemática.

En este sentido, las creencias negativas de maestros y maestras hacia la matemática y, en consecuencia, hacia su enseñanza, parecen llevar a que las prácticas de enseñanza terminen afectando las creencias de los alumnos y, por ende, su rendimiento académico. Sin embargo, aunque las actitudes, especialmente de maestras y maestros, son importantes al momento de enseñar, no determinan *per se* los resultados de desempeño.

Las creencias de los educadores también se han relacionado también con distintos tipos de sesgo. Por ejemplo, al momento de evaluar estudiantes en el área de matemática la literatura parece indicar que los profesores suelen considerar que las matemáticas son una disciplina que les resulta más fácil a los varones y por lo tanto basan así las notas en esta creencia puntuando mejor a varones que a mujeres (69). Sin embargo, el sesgo de género parece estar bien arraigado en la sociedad, por lo que se reproduce no solo en la educación formal, ya que podríamos pensar que niños y niñas vienen exponiéndose a este tipo de prejuicios desde edades tempranas. El resultado de estas prácticas tiene como resultado que la representación de hombres y mujeres en carreras relacionadas con las matemáticas sea muy desigual, pero ¿se debe esto a una elección mayor por parte de los varones o son ellos mejores en estas áreas? Las investigaciones sobre diferencias de género en el área de la matemática proponen que se trata de un tema multicausal.

Algunos estudios no han encontrado diferencias significativas en el rendimiento matemático entre niñas y niños, aunque sí en lo que refiere al autoconcepto, es decir a qué tan buenos nos sentimos en el dominio de la matemática (70). Otras investigaciones proponen que incluso cuando niños y niñas comienzan la escuela con niveles similares de desempeño matemático, a medida que pasan los años, los varones muestran mejores desempeños en matemática (71). Entonces, ¿se trata de una diferencia natural o cultural? En su revisión de la literatura, Else-Quest y colaboradores (2010) muestran que la mayor variabilidad en el desempeño matemático se debe a diferencias socioculturales, dado que en países donde la equidad de género es mayor, las diferencias en el desempeño entre hombres y mujeres parece ser menor.

En la literatura se proponen tres hipótesis para explicar las diferencias en ambos géneros. Primero, parecería que los hombres se enfocan más en los objetos y presentan por lo

tanto una predisposición a aprender mejor sobre sistemas mecánicos. La segunda hipótesis plantea que los varones también tendrían mejores habilidades espaciales y numéricas que los dotan de una mejor aptitud hacia las matemáticas. Finalmente, podría ser que los varones tienen capacidades cognitivas más variadas, por lo que tendrían mayores niveles de desempeño en el área. Sin embargo, la investigación no sustenta la hipótesis de que los varones tienen mejores capacidades cognitivas para el desempeño matemático, es decir que hombres y mujeres no se diferencian en sus habilidades fundacionales a la hora del pensamiento matemático (72). Por lo tanto, si estas diferencias que son visibles, por ejemplo, en la cantidad de hombres y mujeres que hay en las carreras más relacionadas con la ciencia y la tecnología no se deben a una diferencia intrínseca podríamos considerar que existen factores ambientales son los responsables de dichos resultados. En este sentido, apuntar a la creación de programas educativos que incluyan esta perspectiva desde una mirada didáctica parecería una buena solución para afrontar a partir de intervenciones educativas el sesgo de género. Nos referimos por ejemplo al diseño de programas en los que se trabaje sobre la percepción, el autoconcepto y las actitudes en relación con la matemática y la ciencia (73).

4. Evaluación de las habilidades matemáticas y las prácticas de aula

A partir de lo planteado en la sección anterior, el lector podrá tener una idea más clara sobre algunos factores que intervienen en el desempeño matemático. En este sentido, es importante tener claro que las habilidades matemáticas no son un constructo puro que pueda ser medido objetivamente, al estilo de las variables físicas. Desde las creencias de maestras y maestros hasta las diferencias de género que comienzan a estructurarse en el hogar a partir de las creencias de madres y padres, hay un sinnúmero de factores que afectan la medición del desempeño matemático. Por tanto, es bueno tener presente que las herramientas que ofreceremos en este capítulo no pretenden ser instrumentos de medida pura de las habilidades, sino que se consideran aproximaciones (con suficiente nivel de objetividad y realismo) contextuales a la situación del niño o niña en relación con las competencias matemáticas que puede poner en juego en un momento dado.

En este sentido es que deben ser consideradas las pruebas para medir habilidades matemáticas, ya que se trata de instrumentos diseñados para capturar una actividad cognitiva (habilidad matemática) que, en sí misma, depende de factores sociales y, por eso mismo, las condiciones en las que se aplica suelen ser determinantes (74).

4.1 ¿Cómo y para qué medimos las habilidades matemáticas?

La evaluación de las habilidades matemáticas tiene varios objetivos, pero hay uno de ellos que impacta directamente sobre la enseñanza de la matemática y representa la posibilidad de identificar a aquellos niños y niñas que presentan dificultades en esta área (75) así como contar con herramientas que permitan medir la efectividad de los programas educativos (76). Hay varias pruebas de evaluación de las competencias matemáticas para diferentes edades, países y contextos (clínico, de aula, entre otros). Su mayor parte se utilizan que provienen de países centrales, o, en el mejor de los casos, de países cercanos culturalmente pero de mayor tamaño que Uruguay como México o Brasil. Aun así, en Uruguay solemos usar estos instrumentos y basarnos en los baremos de estos países o en la experiencia clínica de quien los aplica. En el contexto de aula, se suelen utilizar pruebas estandarizadas que se elaboran —en su gran mayoría— en centros regionales o internacionales como PISA, de SERCE, TERCE, etc. Por lo tanto, podemos decir que en Uruguay hay un vacío importante en relación con instrumentos propios de evaluación de competencias matemáticas, fundamentalmente para algunas edades tempranas (menores de ocho o nueve años). Esto podría representar un fuerte problema para guiar las prácticas educativas en tanto resulta necesario no solo saber cuánto antes si una niña o niño presenta dificultades en matemática, sino también conocer en qué áreas específicas de la matemática presenta problemas (37).

Las pruebas internacionales de evaluación

Las pruebas de evaluación de habilidades matemáticas pueden tener varios formatos, entre los que los más utilizados en la investigación incluyen el Test de Competencia Matemática Básica (TEMA-3), una prueba estandarizada que permite evaluar el desarrollo de las habilidades matemáticas tempranas en formato individual (muy utilizado en el contexto de la clínica psicopedagógica). El test cuenta con baremo para la población española de entre tres años y ocho años y once meses y se compone de 72 ítems que evalúan aspectos formales e informales del conocimiento matemático. El conocimiento matemático informal implica los conceptos matemáticos que los niños y niñas conocen desde antes de ingresar a la escuela y que, por lo tanto, se han ido adquiriendo a través de métodos informales. Los ítems que evalúan el aspecto formal se componen de tareas de numeración que suponen el conocimiento de la secuencia básica de los números (conteo y cardinalización). Los de mayor dificultad en este tipo de tareas demandan cierta flexibilidad, ya que implican, por ejemplo, contar hacia atrás o a partir de cierto número que no es el 1. También se evalúan la comparación (simbólica y no simbólica), el cálculo informal (problemas de cálculo con

material concreto) y los conceptos numéricos informales (principio de cardinalidad, conservación numérica). Por otro lado, el aspecto formal evalúa convencionalismos (lectura y escritura de números arábigos), hechos numéricos (recuperación de sumas y restas fáciles memorizadas), cálculo (problemas de cálculo de forma escrita y mental) y conceptos numéricos (por ejemplo, entendimiento de decenas y centenas). Así, se obtiene un puntaje directo que suma un punto por ítem contestado correctamente, que, luego, teniendo en cuenta la edad de la niña o niño, se transforma en un Índice de competencia matemática, que es la puntuación estandarizada. Además, se puede calcular el puntaje en cada una de los dos aspectos: formal e informal (57).

Otra prueba ampliamente usada tanto en la clínica como en evaluación e investigación es el subtest de problemas aplicados de Woodcock-Johnson (77). En él se pueden encontrar tres grandes áreas de evaluación que son matemática general, que incluye los subtest de cálculo, fluidez y problemas aplicados, y evaluación de habilidades matemáticas y razonamiento matemático. El tiempo de aplicación se calcula por cada subtest y lleva entre cinco y diez minutos, por lo que el tiempo total de aplicación de la batería depende de la cantidad de subtest que el investigador decida aplicar.

Los tests nacionales de evaluación

Históricamente, el sistema educativo público uruguayo evaluaba competencias matemáticas en 3° y sexto de escuela a través de las pruebas del Sistema de Evaluación de Aprendizajes (SEA) diseñadas por la División de Evaluación y Estadística de la Administración Nacional de Educación Pública (ANEP). Las pruebas SEA se consideran un instrumento pedagógico para maestras y maestros más que una prueba de evaluación individual. Más recientemente (2017), el INEED desarrolló las pruebas Aristas, que siguen la misma lógica de evaluación de competencias no individualizada y que se enfocan en el nivel de tercero y sexto de escuela y tercero de liceo.

En cuanto a pruebas de evaluación de habilidades matemáticas de aplicación individual, se desarrolló en 2014 el Test de Eficacia de Cálculo Aritmético (TECA) (Singer & Cuadro, 2014), de velocidad, que evalúa la eficiencia aritmética mediante combinaciones numéricas básicas (números del 1 al 20) y que permite la detección de casos en los que pueda existir riesgo de dificultades aprendizaje de cálculo. Esta prueba se compone de tres subescalas. Sumas y restas, con 72 ítems de evaluación, se puede utilizar en niños y niñas de primero a sexto de educación primaria. Las otras dos subescalas son multiplicaciones y divisiones, con 36 ítems cada una, y se pueden usar desde tercero a sexto grado. Dado que es una prueba

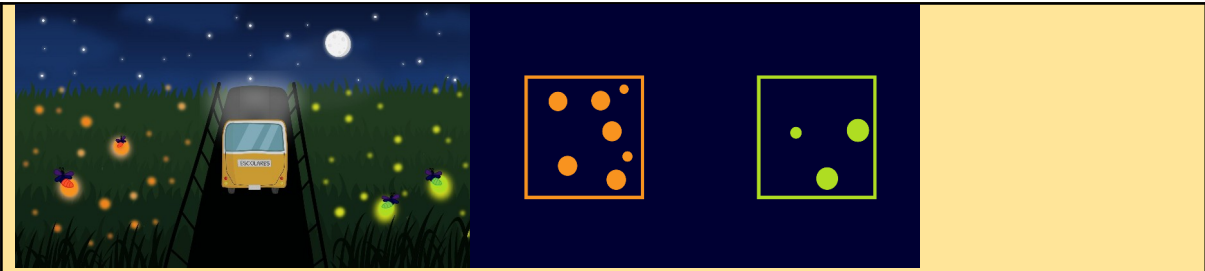
cronometrada, niños y niñas tienen tres minutos para completar la subescala de sumas y restas, y dos minutos para cada una de las subescalas de multiplicación y divisiones.

Otras evaluaciones en el área de matemática en Uruguay, incluyen las clásicas pruebas PISA (de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos, OCDE) que evalúan el desempeño de los adolescentes de quince años en varias diversas áreas, entre ellas la competencia matemática, en la que se mide la capacidad para razonar y para resolver problemas matemáticos y sus etapas de la (resolución, planteos, interpretación) a partir de situaciones de la vida real que son conocidas por los estudiantes. Los ejercicios que se proponen pueden ser de respuesta construida (abierta o cerrada) o de múltiple opción y suponen un tiempo total de treinta minutos para ser completados. Los resultados de esta prueba se analizan a partir de la teoría de respuesta al ítem para crear escalas de evaluación para que clasifican el desempeño de las y los estudiantes (78).

A partir de esta breve descripción de posibles pruebas de evaluación de habilidades matemáticas disponibles, profesionales del ámbito clínico, educativo y de investigación tenemos la necesidad de herramientas creadas en nuestro país, o al menos adaptadas, en las que el contenido sea conocido para la población que la utilizará y cuyos puntajes estén baremados para nuestra población. En el área de matemática esta necesidad se hace mucho más urgente, ya que, como se ha visto a lo largo del capítulo, las habilidades matemáticas tempranas son uno de los mejores predictores del rendimiento futuro. Por este motivo hemos creado un test de evaluación para niños y niñas de nivel 5 de preescolar y primer año de primaria, con grandes ventajas a la hora de su utilización. La Prueba Uruguaya de Matemática (PUMA) es un test en formato digital autoadministrado que se puede aplicarse en grupos grupal y cuyo tiempo de duración es de un máximo de treinta minutos.

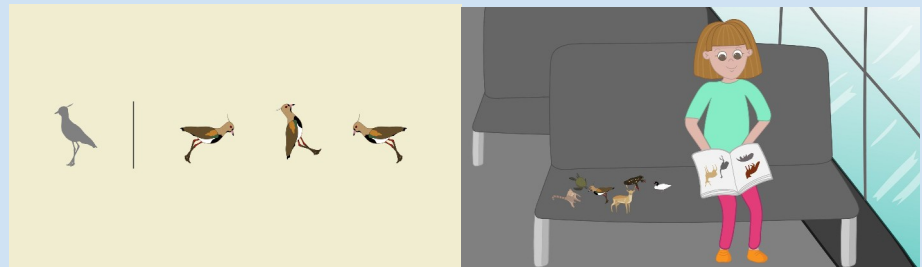
La prueba se sitúa en Uruguay y, mediante una dinámica lúdica, niños y niñas van escuchando en sus auriculares las distintas consignas que explican las tareas que deben desarrollar. Se compone de nueve subtests que evalúan diferentes nociones matemáticas, como se muestra en la Figura 5.

Ejemplo de un ensayo
1. Sistema numérico aproximado (NS)



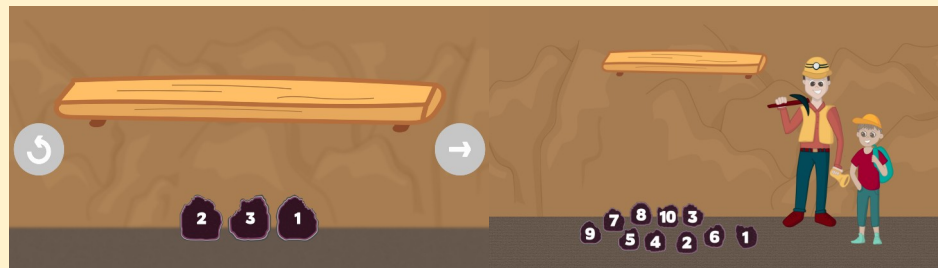
La maestra les propone jugar a saber de qué lado de la pradera hay más luciérnagas. Toca el lado de la ruta que tiene más luciérnagas lo más rápido que puedas.

2. Rotación mental (NS)



Ayuda a Noa a saber cuál de las imágenes giradas es la que va en su álbum de figuritas.

3. Serie numérica progresiva (S)



Al minero se le cayeron las piedras que había ordenado. Ayúdalo a devolverlas a su lugar colocándolas de menor a mayor. (El sujeto evaluado ve previamente una imagen en donde las piedras se encuentran sobre el estante)

4. Conteo (NS)



El minero debe cargar el carro con la misma cantidad de piedras que se muestra en el pedido ¿Podés ayudarlo a poner las piedras que necesita?

5. Serie numérica regresiva (S)



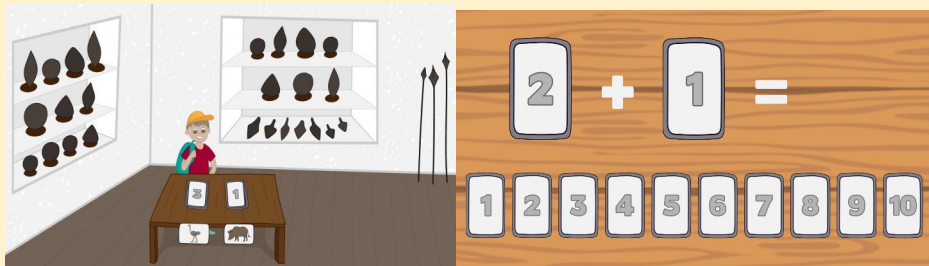
Ahora hay que pasar las piedras del carro a la cinta transportadora. Pero cuidado, para hacerlo bien hay que contar para atrás, como hacen los cohetes: 3, 2, 1... ¡Despegue! Así las ordenamos de mayor a menor.

6. Transcodificación verbal arábigo (S)



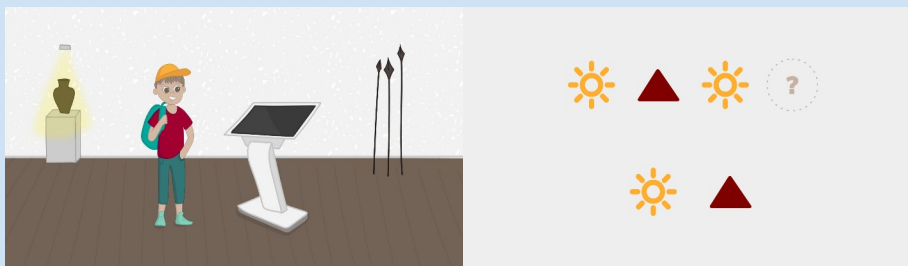
Cada peón le asignó un número a su oveja para poder encontrarla. Para ayudarlos, debemos tocar el número que se escuche por el parlante.

7. Cálculo mental visual (S)



En la mesa hay tarjetas de ñandúes y de jabalíes. Suma lo más rápido que puedas la cantidad total de animales que comían.

8. Patrones (NS)



En el museo hay un mensaje secreto de los indígenas, pero está incompleto. Ayuda a Enzo a completar el patrón tocando el símbolo que falta.

9. Composición y descomposición (S)

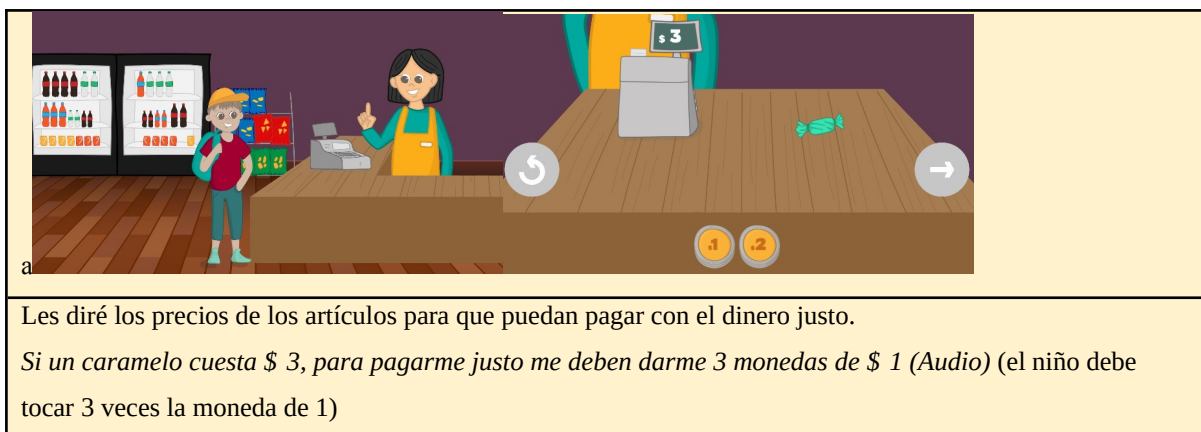


Figura 5. Pantallas de la prueba PUMA. En la imagen se muestra lo que el niño observa en la pantalla mientras escucha la consigna de la tarea (texto)

De la cognición numérica a las prácticas de aula

En este apartado intentamos retomar algunos de los descubrimientos de la cognición matemática que fuimos presentando a lo largo del capítulo con la intención de pensar posibles aplicaciones de estos en el aula. Estos intentos de traslación surgen de un posicionamiento claro en relación con considerar al conocimiento matemático como una construcción activa de las y los aprendices a través de la experiencia y de las interacciones y donde los y las docentes cumplen un papel facilitador del aprendizaje.

Desde esta perspectiva, y sin perder de vista el papel de madres y padres y la implicación de las familias en el aprendizaje matemático temprano, es que se proponen a continuación algunas ideas de actividades que las y los maestros pueden tomar como guía para las prácticas de enseñanza en sus aulas de los principales conceptos matemáticos que hemos desarrollado en el presente capítulo.

5.1 Involucramiento de las familias en el aprendizaje

Madres y padres están a cargo de la estimulación de sus hijos e hijas, en el desempeño académico general y también en el área específica de la matemática. Sin embargo, este apoyo parece no ser suficiente muchas veces si no están preparados para ello. Como maestras y maestros podemos plantearnos algunas maneras de mejorar la comunicación entre las familias y los centros educativos para que la tarea de enseñanza no sea solo una tarea de la escuela y para que el resultado de esta mejor comunicación sea un aumento en la implicación familiar. Se ha visto que la comunicación con las familias se relaciona con mejoras en el relacionamiento entre maestras y estudiantes, en el involucramiento parental y en la motivación de las y los estudiantes (79). Otras estrategias que pueden considerar maestras y maestros para aumentar el involucramiento de las familias son:

1. brindarles a madres y padres información relacionada con el desempeño académico de sus hijos e hijas;
2. Proporcionar sugerencias e ideas para aumentar la participación en las tareas domiciliarias, y
3. establecer una conexión entre familias y servicios de la comunidad (por ejemplo, centros de salud).

En el sitio web⁵ de la línea de investigación en cognición matemática se puede descargar un cuadernillo para madres y padres donde se propone una serie de actividades para implementar en los hogares. Esta es una buena manera de brindar herramientas que motiven y ayuden al involucramiento de las familias en el aprendizaje. En este cuaderno, también las familias pueden llevar también un registro de cuánto tiempo han involucrado en las actividades.

5.2 Actitud hacia la matemática

En el apartado 2 pusimos énfasis en la actitud de las y los educadores hacia la matemática y sus efectos en su enseñanza. En este sentido, creemos que es importante mostrar en esta sección que el conocimiento matemático debería ser considerado como un proceso continuo que se inicia en edades tempranas (antes de la educación formal) y en el que el niño o niña siempre tiene que mantener un papel activo. En este sentido, se ha visto que cuando los y las maestras disfrutan y se sienten seguras enseñando matemática, también tienen mejores actitudes hacia el esfuerzo de sus estudiantes para aprender matemática, dedican más tiempo de su jornada a enseñar este tipo de contenidos (80) y suelen poner al estudiante en el centro del proceso de aprendizaje y ubicarse en el papel de facilitadoras del aprendizaje (81).

5.3 Estimación de cantidades

La estimación aproximada de cantidades es un componente esencial del sentido numérico que parece fortalecer la confianza de niños y niñas pequeñas y preparar mejor el terreno para los aprendizajes relacionados con la matemática exacta que enfrentarán a partir de sus primeros años de escuela. Es considerada una habilidad de base perceptiva que está presente desde el comienzo de la vida y se va refinando progresivamente. Algunas investigaciones sugieren que esta habilidad podría ser la base sobre la que luego se inscriben los conocimientos matemáticos formales. En este sentido, parece importante poder medir y trabajar esta habilidad en actividades específicas en clase.

⁵ <http://www.cognicionnumerica.psico.edu.uy/>

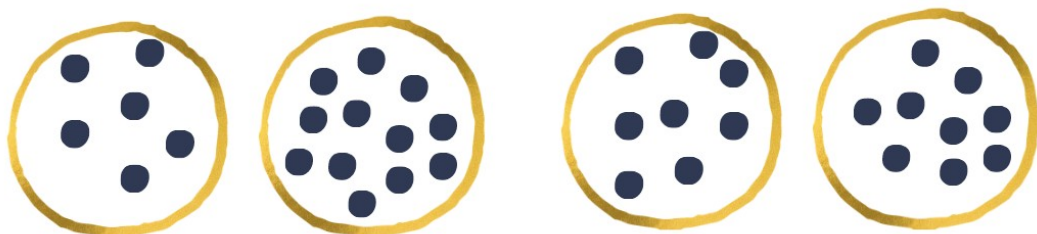
¿Cómo podemos medir o estimular la habilidad de estimación de cantidades? A continuación, se presentan dos posibles actividades que implican la visualización de un conjunto de elementos y posibles formas de trabajar con ellas.

Estimar la cantidad de elementos de un conjunto determinado ante presentaciones rápidas de la información visual (tarjetas que el maestro muestra por unos segundos y enseguida da vuelta, por ejemplo): ¿Cuántos puntos hay en esta imagen?



La estimación de un conjunto pequeño es más precisa cuanto más pequeño es el conjunto. Utilizando diferentes elementos (objetos, dibujos, materiales de clase, etc.) se puede crear un conjunto y pedirles a niñas y niños que estimen cuántos elementos hay en cada caso. Cada maestro o maestra sabrá qué nivel de dificultad corresponde introducir en la actividad según la edad y las posibilidades de su sus alumnado. Es interesante pensar que esta actividad también permite, a niños y niñas mayores de cinco años, por ejemplo, mapear con el respectivo símbolo que indica la cardinalidad del conjunto, así como las comparaciones entre quienes dijeron un número mayor y quienes un número menor.

Comparar la cantidad de elementos entre dos conjuntos.



Caso A

Caso B

En el caso A, un conjunto tiene el doble de elementos que el otro, por lo que la proporción entre los conjuntos es de 2. En el caso B, la respuesta a la pregunta «¿Cuál de los

conjuntos tiene más cantidad de elementos?» es más difícil, ya que la proporción es de 1,125. La comparación entre dos conjuntos resulta más difícil cuando la proporción entre las cantidades de ambos conjuntos está más cerca de 1.⁶

5.4 El lenguaje matemático en el aula

Varias investigaciones que presentamos en el apartado sobre la influencia del lenguaje en el aprendizaje matemático muestran que el uso frecuente y preciso de los términos con contenido matemático refuerza las condiciones para el aprendizaje. Siguiendo esta línea y basándonos en las recomendaciones de Marzano (82) detallamos algunas ideas para introducir en la dinámica de clase el vocabulario matemático.

Se puede comenzar brindándoles a las y los estudiantes una descripción informal y explicativa, con ejemplos, de los nuevos términos matemáticos, para que puedan así comenzar a conectar nuevos términos con conocimientos previos que ya tengan.

<p>Números y operaciones Cero, cinco, más, menos, igual</p> <p>Geometría y espacio Entre, cubo, pirámide</p> <p>Patrones y pensamiento algebraico Entre, primero, último</p>

Para fortalecer el vínculo con los conocimientos previos, se les puede pedir que construyan imágenes, símbolos o gráficas que representen los términos aprendidos. Una vez que estén familiarizados con el vocabulario es importante brindarles oportunidades periódicas para reafirmar lo que hayan aprendido en distintos tipos de actividades. También parece ser importante fomentar el trabajo en pequeños grupos o en duplas para discutir los conceptos y disminuir los posibles errores de comprensión y así facilitar el aprendizaje a largo plazo.

Hay también otras actividades que pueden fortalecer el uso de los términos matemáticos de manera natural en las interacciones que provocan determinados juegos. A modo de ejemplo, considérese esta actividad:

Trazar una línea en el suelo con todas las cartas. Pedirles ayuda a niñas y niños para hacerlo,

6 Para profundizar en este tipo de experimentos, sugerimos leer el artículo “«Infants Show ratio-dependent Number Discrimination Regardless of Set Size” », en donde los participantes fueron niños y niñas de 6 seis meses de edad (Starr, Libertus y Brannon, 2013).

repetiendo todos en voz alta el nombre de cada número.

Luego, dejar un objeto al lado de cada carta según la cantidad que corresponda.

Discutir las distintas palabras numéricas mediante el uso de objetos dispuestos sobre una mesa.

Realizar preguntas del tipo «¿Cuál es el primero?», «¿Cuál es el último?», «¿Cuál es mayor/menor?», «¿Cuál viene antes/después?»

5.5. Conclusiones

En este capítulo pretendimos pasar revista a los elementos más importantes del desarrollo cognitivo de niñas y niños y su relación con la enseñanza de la matemática. Esperamos haber convencido a lectores y lectoras de que los conocimientos matemáticos surgen desde muy temprano y por eso no deberíamos perdernos ese período para apuntalar los aprendizajes que sabemos serán la base del conocimiento matemático formal que se aprenda en la escuela. En este sentido, quisimos avanzar un paso más y traspasar la comodidad del discurso puramente científico para adentrarnos en un mundo que nos fascina y nos desafía cada vez más: el de implementar prácticas de aula eficientes que permitan promover el desarrollo de las competencias matemáticas tempranas en los niveles de inicial y primer año. Ojalá este haya sido al menos un puntapié inicial de un rico intercambio entre investigadores y educadores con vocación de transitar del aula a la investigación y viceversa.

Bibliografía

1. **Skovsmose O. Linking mathematics education and democracy: Citizenship, mathematical archaeology, mathemacy and deliberative interaction.** Zentralblatt für Didakt der Math [Internet]. 1998;30(6):195–203. Available from: <https://doi.org/10.1007%2Fs11858-998-0010-6>
2. **Siegler RS, Duncan GJ, Davis-Kean PE, Duckworth K, Claessens A, Engel M, et al.** Early Predictors of High School Mathematics Achievement. Psychol Sci [Internet]. 2012 Jun;23(7):691–7. Available from: <https://doi.org/10.1177%2F0956797612440101>
3. Gilmore C, Göbel SM, Inglis M. An Introduction to Mathematical Cognition [Internet]. **Routledge; 2018.** Available from: <https://doi.org/10.4324%2F9781315684758>
4. **Geary DC, Berch DB, Koepke KM. The Evolution of Number Systems.** In: Evolutionary Origins and Early Development of Number Processing [Internet]. Elsevier; 2015. p. 335–53. Available from: <https://doi.org/10.1016%2Fb978-0-12-420133-0.00013-2>
5. **Koleszar V, de León D, Díaz-Simón N, Fitipalde D, Cervieri I, Maiche A. Numerical Cognition in Uruguay: from clinics and laboratories to the classroom (Cognición numérica en Uruguay: de la clínica y los laboratorios al aula).** Stud Psychol [Internet]. 2020 May;41(2):294–318. Available from: <https://doi.org/10.1080%2F02109395.2020.1749000>
6. Bruer JT. Education and the Brain: A Bridge Too Far. **Educ Res [Internet]. 1997 Nov;26(8):4–16.** Available from: <https://doi.org/10.3102%2F0013189x026008004>
7. Bowers JS. Psychology, not educational neuroscience, is the way forward for improving educational outcomes for all children: Reply to Gabrieli (2016) and Howard-Jones et al. (2016). Psychol Rev [Internet]. 2016 Oct;123(5):628–35. Available from: <https://doi.org/10.1037%2Frev0000043>
8. Berliner DC. Comment: Educational Research: The Hardest Science of All. **Educ Res [Internet]. 2002 Nov;31(8):18–20.** Available from: <https://doi.org/10.3102%2F0013189x031008018>
9. Stanislas Dehaene. How we learn: Why brains learn better than any machine... for now. **Viking. 2020. 352 p.**
10. **Sigman M, Peña M, Goldin AP, Ribeiro S. Neuroscience and education: prime time to build the bridge.** Nat Neurosci [Internet]. 2014 Mar;17(4):497–502. Available from: <https://doi.org/10.1038%2Fnn.3672>

11. David Tall. A Versatile Theory of Visualisation and Symbolisation in Mathematics [Internet]. Toulouse, France; 1994. Available from: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.377.6882&rep=rep1&type=pdf>
12. Battro AM. El pensamiento de Piaget. 1969. 381 p.
13. Piaget, J., & García R. Psicogénesis e historia de la ciencia. Siglo XXI. México; 1982.
14. **Carey S. Précis of The Origin of Concepts.** Behav Brain Sci [Internet]. 2011 May;34(3):113–24. Available from: <https://doi.org/10.1017%2Fs0140525x10000919>
15. **Colung E, Smith LB.** The emergence of abstract ideas: evidence from networks and babies. Saitta L, editor. Philos Trans R Soc London Ser B Biol Sci [Internet]. 2003 Jul;358(1435):1205–14. Available from: <https://doi.org/10.1098%2Frstb.2003.1306>
16. **Happé F. Handbook of Child Psychology.** Fifth Edition. Vol. Two: Cognition, Perception and Language. Editor in Chief: W. Damon; Volume Editors: D. Kuhn and R. S. Siegler. John Wiley & Sons, Chichester, U.K., 1998. pp. 1030. £125.00 (. J Child Psychol Psychiatry [Internet]. 2001 Jul;42(5):699–702. Available from: <https://doi.org/10.1017%2Fs0021963001226973>
17. Stanislas De. El cerebro matemático. Siglo Vein. 2016.
18. **Dehaene S, Cohen L. Levels of Representation in Number Processing.** In: Handbook of Neurolinguistics [Internet]. Elsevier; 1998. p. 331–41. Available from: <https://doi.org/10.1016%2Fb978-012666055-5%2F50026-5>
19. **Dehaene S. The Organization of Brain Activations in Number Comparison: Event-Related Potentials and the Additive-Factors Method.** J Cogn Neurosci [Internet]. 1996;8(1):47–68. Available from: <https://doi.org/10.1162%2Fjocn.1996.8.1.47>
20. **Siemann J, Petermann F. Evaluation of the Triple Code Model of numerical processing: Reviewing past neuroimaging and clinical findings.** Res Dev Disabil [Internet]. 2018;72:106–17. Available from: <https://doi.org/10.1016%2Fj.ridd.2017.11.001>
21. Spelke ES. Core knowledge. Am Psychol [Internet]. 2000 Nov;55(11):1233–43. Available from: <https://doi.org/10.1037%2F0003-066x.55.11.1233>
22. **Izard V, Sann C, Spelke ES, Streri A. Newborn infants perceive abstract numbers.** Proc Natl Acad Sci [Internet]. 2009 Jun;106(25):10382–5. Available from: <https://doi.org/10.1073%2Fpnas.0812142106>
23. **Rodríguez C, Scheuer N. The paradox between the numerically competent baby and the slow learning of two- to four-year-old children / La paradoja entre el bebé numéricamente competente y el lento aprendizaje de los niños de dos a cuatro años de edad.** Estud Psicol [Internet]. 2015;36(1):18–47. Available from: <https://doi.org/10.1080%2F02109395.2014.1000009>
24. **Carey S. Where Our Number Concepts Come From.** J Philos [Internet]. 2009;106(4):220–54. Available from: <https://doi.org/10.5840%2Fjphil2009106418>
25. **Dehaene S, Cohen L. Cerebral Pathways for Calculation: Double Dissociation between Rote Verbal and Quantitative Knowledge of Arithmetic.** Cortex [Internet]. 1997;33(2):219–50. Available from: <https://doi.org/10.1016%2Fs0010-9452%2808%2970002-9>
26. Easley UA. Book Reviews: R. Gelman and C.H. Galistel, The Child's Understanding of Number, Harvard University Press, 1978. Educ Res [Internet]. 1979 May;8(5):16–8. Available from: <https://doi.org/10.3102%2F0013189x008005016>
27. Kinzler KD, Spelke ES. Core systems in human cognition. In: Progress in Brain Research [Internet]. Elsevier; 2007. p. 257–64. Available from: <https://doi.org/10.1016%2Fs0079-6123%2807%2964014-x>
28. Aunio, P., Heiskari, P., Van Luit, J. E., & Vuorio JM. The development of early numeracy skills in kindergarten in low-, average- and high-performance groups. **J Early Child Res.** 2015;13(1), 3–16.
29. **Tosto MG, Petrill SA, Malykh S, Malki K, Haworth CMA, Mazzocco MMM, et al.** Number sense and mathematics: Which, when and how? Dev Psychol [Internet]. 2017 Oct;53(10):1924–39. Available from: <https://doi.org/10.1037%2Fdev0000331>

30. Meck WH, Church RM. A mode control model of counting and timing processes. *J Exp Psychol Anim Behav Process* [Internet]. 1983;9(3):320–34. Available from: <https://doi.org/10.1037%2F0097-7403.9.3.320>
31. Spelke ES. Core Knowledge, Language, and Number. *Lang Learn Dev* [Internet]. 2017 Mar;13(2):147–70. Available from: <https://doi.org/10.1080%2F15475441.2016.1263572>
32. de León, Dinorah; lopez-guzman Francisco MA. **The development of an early mathematical assessment.**
33. **Odic D, Libertus ME, Feigenson L, Halberda J. Developmental change in the acuity of approximate number and area representations. *Dev Psychol* [Internet]. 2013;49(6):1103–12. Available from: <https://doi.org/10.1037%2Fa0029472>**
34. **Sella F, Hartwright C, Cohen Kadosh R. The Neurocognitive Bases of Numerical Cognition. In 2018. p. 1–47.**
35. **Spelke ES, Tsivkin S. Language and number: a bilingual training study. *Cognition* [Internet]. 2001;78(1):45–88. Available from: <https://doi.org/10.1016%2Fs0010-0277%2800%2900108-6>**
36. **Purpura DJ, Napoli AR, Wehrspann EA, Gold ZS. Causal Connections Between Mathematical Language and Mathematical Knowledge: A Dialogic Reading Intervention. *J Res Educ Eff* [Internet]. 2016 Jun;10(1):116–37. Available from: <https://doi.org/10.1080%2F19345747.2016.1204639>**
37. Purpura DJ, Logan JAR. The nonlinear relations of the approximate number system and mathematical language to early mathematics development. ***Dev Psychol* [Internet]. 2015;51(12):1717–24. Available from: <https://doi.org/10.1037%2Fdev0000055>**
38. **Cotton, K., & Wikelund KR. Parent involvement in education. *Sch Improv Res Ser.* 1989;6(3), 17–23.**
39. **Topor DR, Keane SP, Shelton TL, Calkins SD. Parent Involvement and Student Academic Performance: A Multiple Mediation Analysis. *J Prev {&} Interv Community* [Internet]. 2010 Jun;38(3):183–97. Available from: <https://doi.org/10.1080%2F10852352.2010.486297>**
40. **Luster T, Okagaki L. *Parenting* [Internet]. Routledge; 2006. Available from: <https://doi.org/10.4324%2F9781410613394>**
41. Coleman JS. *Parents, Their Children, and Schools* [Internet]. Schneider B, Coleman JS, editors. Routledge; 2018. Available from: <https://doi.org/10.4324%2F9780429498497>
42. **Bjorklund DF, Hubertz MJ, Reubens AC. Young children’s arithmetic strategies in social context: How parents contribute to children’s strategy development while playing games. *Int J Behav Dev* [Internet]. 2004 Jul;28(4):347–57. Available from: <https://doi.org/10.1080%2F01650250444000027>**
43. de León, Sánchez, Koleszar C & M. La relación entre las actividades numéricas en el hogar y el desempeño matemático en niños preescolares. *Rev Argent Cienc Comport.*
44. Jeynes W. A Meta-Analysis of the Efficacy of Different Types of Parental Involvement Programs for Urban Students. *Urban Educ* [Internet]. 2012 May;47(4):706–42. Available from: <https://doi.org/10.1177%2F0042085912445643>
45. Instituto Nacional de Evaluación Educativa. Uruguay en el TERCE: resultados y proyecciones. Montevideo; 2015.
46. Mononen R, Aunio P, Koponen T, Aro M. A Review of Early Numeracy Interventions for Children at Risk in Mathematics. ***Int J Early Child Spec Educ* [Internet]. 2014 Jun;6(1):25. Available from: <https://doi.org/10.20489%2Fintjese.14355>**
47. **Blevins-Knabe B, Austin AMB, editors. Early Childhood Mathematics Skill Development in the Home Environment [Internet]. Springer International Publishing; 2016. Available from: <https://doi.org/10.1007%2F978-3-319-43974-7>**
48. **Tamis-LeMonda CS, Kuchirko Y, Luo R, Escobar K, Bornstein MH. Power in methods: language to infants in structured and naturalistic contexts. *Dev Sci* [Internet]. 2017;20(6):e12456. Available from: <https://doi.org/10.1111%2Fdesc.12456>**

49. **Zhu J, Chiu MM. Early home numeracy activities and later mathematics achievement: early numeracy, interest, and self-efficacy as mediators.** *Educ Stud Math* [Internet]. 2019;102(2):173–91. Available from: <https://doi.org/10.1007%2Fs10649-019-09906-6>
50. Sebastian Lipina. Pobre cerebro Lo que la neurociencia nos propone pensar y hacer acerca de los efectos de la pobreza sobre el desarrollo cognitivo y emocional. **XXI S, editor. 2016.**
51. **DeFlorio L, Beliakoff A. Socioeconomic Status and Preschoolers' Mathematical Knowledge: The Contribution of Home Activities and Parent Beliefs.** *Early Educ Dev* [Internet]. 2014 Oct;26(3):319–41. Available from: <https://doi.org/10.1080%2F10409289.2015.968239>
52. **Walker D, Greenwood C, Hart B, Carta J. Prediction of School Outcomes Based on Early Language Production and Socioeconomic Factors.** *Child Dev* [Internet]. 1994;65(2):606–21. Available from: <https://doi.org/10.1111%2Fj.1467-8624.1994.tb00771.x>
53. **Fernald A, Marchman VA, Weisleder A. {SES} differences in language processing skill and vocabulary are evident at 18-months.** *Dev Sci* [Internet]. 2012;16(2):234–48. Available from: <https://doi.org/10.1111%2Fdesc.12019>
54. **Mathematics Learning in Early Childhood** [Internet]. National Academies Press; 2009. Available from: <https://doi.org/10.17226%2F12519>
55. **Duncan GJ, Dowsett CJ, Claessens A, Magnuson K, Huston AC, Klebanov P, et al.** School readiness and later achievement. *Dev Psychol* [Internet]. 2007 Nov;43(6):1428–46. Available from: <https://doi.org/10.1037%2F0012-1649.43.6.1428>
56. **Seo, K. H., & Ginsburg HP.** What is developmentally appropriate in early childhood mathematics education? Lessons from new research. *Engag young Child Math Stand early Child Math Educ.* 2004;91–104.
57. **Hoffman H, Grialou T. Test of Early Mathematics Ability (3rd ed.) by Ginsburg, H. P., {&} Baroody, A. J. (2003).** Austin, {TX}: {PRO}-{ED}. *Assess Eff Interv* [Internet]. 2005 Jul;30(4):57–60. Available from: <https://doi.org/10.1177%2F073724770503000409>
58. **Saxe GB, Guberman SR, Gearhart M, Gelman R, Massey CM, Rogoff B. Social Processes in Early Number Development.** *Monogr Soc Res Child Dev* [Internet]. 1987;52(2):i. Available from: <https://doi.org/10.2307%2F1166071>
59. Jordan NC, Levine SC. Socioeconomic variation, number competence, and mathematics learning difficulties in young children. *Dev Disabil Res Rev* [Internet]. 2009;15(1):60–8. Available from: <https://doi.org/10.1002%2Fddrr.46>
60. Instituto Nacional de Evaluación Educativa. *Aristas. Marco de contexto familiar y entorno escolar en tercero y sexto de educación primaria.* 2018.
61. Hyde DC, Khanum S, Spelke ES. Brief non-symbolic, approximate number practice enhances subsequent exact symbolic arithmetic in children. ***Cognition* [Internet]. 2014;131(1):92–107. Available from: <https://doi.org/10.1016%2Fj.cognition.2013.12.007>**
62. **Wang J (Jenny), Odic D, Halberda J, Feigenson L. Changing the precision of preschoolers' approximate number system representations changes their symbolic math performance.** *J Exp Child Psychol* [Internet]. 2016 Jul;147:82–99. Available from: <https://doi.org/10.1016%2Fj.jecp.2016.03.002>
63. **Beswick K. Teachers' beliefs about school mathematics and mathematicians' mathematics and their relationship to practice.** *Educ Stud Math* [Internet]. 2011 Jun;79(1):127–47. Available from: <https://doi.org/10.1007%2Fs10649-011-9333-2>
64. Upadyaya, Eccles. How Do Teachers' Beliefs Predict Children's Interest in Math From Kindergarten to Sixth Grade? *Merrill Palmer Q* [Internet]. 2014;60(4):403. Available from: <https://doi.org/10.13110%2Fmerrpalmquar1982.60.4.0403>
65. **Wigfield A, Eccles JS, Rodriguez D. Chapter 3: The Development of Children's Motivation in School Contexts.** *Rev Res Educ* [Internet]. 1998;23(1):73–118. Available from: <https://doi.org/10.3102%2F0091732x023001073>

66. **Upadyaya K, Viljaranta J, Lerkkanen M-K, Poikkeus A-M, Nurmi J-E. Cross-lagged relations between kindergarten teachers' causal attributions, and children's interest value and performance in mathematics.** Soc Psychol Educ [Internet]. 2011 Oct;15(2):181–206. Available from: <https://doi.org/10.1007%2Fs11218-011-9171-1>
67. **Wladis C, Conway K, Hachey AC.** Using course-level factors as predictors of online course outcomes: a multi-level analysis at a {US} urban community college. Stud High Educ [Internet]. 2015 Jun;42(1):184–200. Available from: <https://doi.org/10.1080%2F03075079.2015.1045478>
68. **White, A. L., Way, J., Perry, B., & Southwell B. Mathematical attitudes, beliefs and achievement in primary pre-service mathematics teacher education.** Math Teach Educ Dev. 2005;7(33-52).
69. **Mengel F, Sauermann J, Zölitz U. Gender Bias in Teaching Evaluations.** J Eur Econ Assoc [Internet]. 2018 Feb;17(2):535–66. Available from: <https://doi.org/10.1093%2Fjeea%2Fjvx057>
70. **Lindberg S, Linkersdörfer J, Ehm J-H, Hasselhorn M, Lonnemann J. Gender Differences in Children's Math Self-Concept in the First Years of Elementary School.** J Educ Learn [Internet]. 2013 Jul;2(3). Available from: <https://doi.org/10.5539%2Fjel.v2n3p1>
71. **Leahey E, Guo G. Gender Differences in Mathematical Trajectories.** Soc Forces [Internet]. 2001;80(2):713–32. Available from: <https://doi.org/10.1353%2Fsof.2001.0102>
72. Spelke ES. Sex Differences in Intrinsic Aptitude for Mathematics and Science?: A Critical Review. Am Psychol [Internet]. 2005;60(9):950–8. Available from: <https://doi.org/10.1037%2F0003-066x.60.9.950>
73. **Cvencek D, Meltzoff AN, Greenwald AG. Math-Gender Stereotypes in Elementary School Children.** Child Dev [Internet]. 2011 Mar;82(3):766–79. Available from: <https://doi.org/10.1111%2Fj.1467-8624.2010.01529.x>
74. López AT, Corpus NYP. La Objetividad en las Pruebas Estandarizadas / Objectivity in Standardized Tests. Rev Iberoam Evaluación Educ [Internet]. 2017;10.1(2017). Available from: <https://doi.org/10.15366%2Frie2017.10.1.001>
75. **Aunio P. Early Numeracy Skills Learning and Learning Difficulties –Evidence-based Assessment and Interventions.** Cogn Found Improv Math Learn Acad Press. 2019;(pp. 195-214).
76. **Clements DH, Sarama JH, Liu XH.** Development of a measure of early mathematics achievement using the Rasch model: the Research-Based Early Maths Assessment. Educ Psychol [Internet]. 2008 May;28(4):457–82. Available from: <https://doi.org/10.1080%2F01443410701777272>
77. Woodcock RW. The Woodcock-Johnson tests of cognitive ability—Revised. 1997;
83. Singer, V., & Cuadro, A. (2014). Psychometric properties of an experimental test for the assessment of basic arithmetic calculation efficiency/Propiedades psicométricas de una prueba experimental para la evaluación de la eficacia del cálculo aritmético básico. Estudios de Psicología, 35(1), 183-192.
78. Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos. PISA 2006. Marco de la evaluación. Conocimientos y habilidades en Ciencias, Matemáticas y Lectura. 2006;
79. Kraft MA, Dougherty SM. The Effect of Teacher Family Communication on Student Engagement: Evidence From a Randomized Field Experiment. J Res Educ Eff [Internet]. 2013 Jul;6(3):199–222. Available from: <https://doi.org/10.1080%2F19345747.2012.743636>
80. **Russo J, Bobis J, Sullivan P, Downton A, Livy S, McCormick M, et al. Exploring the relationship between teacher enjoyment of mathematics, their attitudes towards student struggle and instructional time amongst early years primary teachers.** Teach Teach Educ [Internet]. 2020 Feb;88:102983. Available from: <https://doi.org/10.1016%2Fj.tate.2019.102983>
81. **Trigwell K. Relations between teachers' emotions in teaching and their approaches to teaching in higher education.** Instr Sci [Internet]. 2011 Oct;40(3):607–21. Available from: <https://doi.org/10.1007%2Fs11251-011-9192-3>
82. Marzano RJ. Building background knowledge for academic achievement: Research on what works in schools. **First. Association for Supervision & Curriculum Development, editor. Ascd; 2004. 217 p.**

- | 83. **Starr, A., Libertus, M. E., & Brannon, E. M. (2013).** Number sense in infancy predicts mathematical abilities in childhood. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 110(45), 18116-18120.