



AGENCIA NACIONAL
DE INVESTIGACIÓN
E INNOVACIÓN

Informe final publicable de proyecto Teoría y Construcción de Redes de Máxima Confiabilidad

Código de proyecto ANII: FCE_1_2019_1_156693

Fecha de cierre de proyecto: 01/10/2022

ROBLEDO AMOZA, Franco Rafael (Responsable Técnico - Científico)
CANCELA, Hector (Co-Responsable Técnico-Científico)
GUERBEROFF AGUIRREGOMEZCORTA, Gustavo Ricardo (Investigador)
ROMERO RODRIGUEZ, Pablo Gabriel (Investigador)

UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA. FACULTAD DE INGENIERÍA (Institución Proponente)

Resumen del proyecto

El cometido del proyecto consiste en generar conocimiento en la construcción y la teoría de redes de máxima confiabilidad, con particular foco en el área de los grafos uniformemente confiables, es decir las topologías que, independientemente del valor de confiabilidad de cada componente, son más confiables que cualquier otra topología con el mismo número de sitios y conexiones.

Ingeniería y Tecnología / Ingeniería Eléctrica, Ingeniería Electrónica e Ingeniería de la Información / Ingeniería de Sistemas y Comunicaciones / Confiabilidad de Redes
Palabras clave: Confiabilidad de Redes / Grafos Uniformemente Confiables / Teoría de la Complejidad Computacional /

Antecedentes, problema de investigación, objetivos y justificación.

El estudio de redes uniformemente confiables tiene su origen en 1986 tras un artículo fundacional de Frank Boesch en el Journal of Graph Theory. Allí se describen diversas conjeturas que, hasta el inicio del proyecto, han permanecido abiertas. En este proyecto hemos abordado algunas conjeturas planteadas por Boesch en su trabajo seminal, como también otras propuestas por Yontha Ath y Nelson Sobel en 2000 y hemos estudiado aspectos de construcción y de existencia de grafos uniformemente confiables.

Metodología/Diseño del estudio

La metodología ha incorporado una revisión de literatura específica de confiabilidad uniforme y reuniones quincenales del equipo de investigación. El proyecto ha dado lugar a la publicación de un Survey sobre grafos uniformemente confiables, aceptado precisamente en la revista arbitrada que posee el mayor nivel de contribuciones publicadas en el área, variadas contribuciones aceptadas en revistas de relevancia internacional, el avance de una nueva tesis de maestría (en su fase de culminación), una nueva tesis de doctorado y publicaciones en otros temas afines al proyecto. En el transcurso del proyecto hemos orientado esfuerzos dirigidos a cumplir cada uno de los objetivos específicos.

Resultados, análisis y discusión

Los logros del proyecto incluyen la asimilación de conocimiento existente en el área de grafos uniformemente confiables, reflejada en un Survey [1] o Estado del Arte aceptado en la revista Networks (Wiley), la generación de conocimiento reflejada en una voluminosa producción científica que incluye la refutación de conjeturas históricas de confiabilidad uniforme y la formación de recursos humanos (el becario Mauro Martinez se halla en etapa de culminación de su Tesis de Maestría, y el investigador Pablo Romero se encuentra en pleno desarrollo de su tesis doctoral). En lo sucesivo indicamos algunos importantes hitos del proyecto.

Históricamente se ha logrado caracterizar la existencia de todos aquellos grafos uniformemente confiables con corango 4 o menor. Boesch ha conjeturado en 1984 que cada clase de grafos simples tiene al menos un grafo que es uniformemente confiable [2]. Esta conjetura fue refutada por Kelmans [3], luego por Myrvold et al. [4] y también por Brown et al. [5], donde se presentan en cada caso familias con infinitos contraejemplos. Esto deja en evidencia que, dado un par de enteros positivos n y m para los que existe grafo simple, no necesariamente existe un grafo que sea uniformemente más confiable que todos los de su clase. En base a estos resultados clásicos del área, Yontha Ath y Nelson Sobel [6] proponen una conjetura que postula la existencia de grafos uniformemente confiables pero restringida a aquellas familias de grafos simples cuyo corango se comprende entre 5 y 8, y al mismo tiempo proponen familias infinitas de grafos que son candidatos a ser uniformemente confiables. Como parte de este proyecto, se ha demostrado que la conjetura de Yontha-Ath es falsa, mediante la demostración de inexistencia de grafos uniformemente confiables. La prueba fue realizada en colaboración entre el Dr. Pablo Romero y su Director de Tesis, Dr. Martín Safe.

Otra famosa conjetura de Boesch [2] asegura que los grafos uniformemente más confiables siempre poseen la menor cantidad de desconectores de todos los cardinales posibles, es decir, son los grafos más fuertes de su clase. Al cierre del proyecto el

Dr. Eduardo Canale (compañero del equipo de investigación en Network Reliability de FING/UDELAR) ha obtenido un contraejemplo a dicha conjetura, lo que implica un hito en el área de grafos uniformemente confiables. Esto implica la no equivalencia entre confiabilidad uniforme y la robustez relativa a arista-desconectores de una red.

Daniel Gross y John Saccoman [7] en 1997 han demostrado que todos los grafos simples con corango 3 que son uniformemente confiables también lo son bajo la familia ampliada de multigrafos, y conjeturaron que el resultado sigue siendo cierto para corango 4. Esta conjetura fue probada en el transcurso del proyecto [8], mediante una nueva técnica que encuentra en una primera etapa aquellos grafos con mayor fortaleza dentro de ciertas subclases, y en una segunda etapa compara aquellos grafos mas fuertes para finalmente deducir que el grafo uniformemente mas confiable es simple. En un segundo trabajo colectivo desarrollado conjuntamente entre el becario Mauro Martinez, el colaborador Julián Viera y el investigador Pablo Romero [9], se brinda una demostración mas simple que combina una noción de autosemejanza y una inducción completa para generalizar la primera demostración.

Otros logros del proyecto incluyen cotas universales para la confiabilidad [10] y avances en el estudio de la confiabilidad de sistemas binarios estocásticos [11,12].

Conclusiones y recomendaciones

El proyecto ha generado progreso en el estudio de confiabilidad uniforme bajo modelos especiales de interes practico, tales como la comunicacion entre todos los terminales de una red, o entre dos terminales especiales o distinguidos de una red. El foco fue hecho en redes dispersas, que son las que mas abundan en la practica. No obstante, el estudio de grafos uniformemente confiables para redes densas es escaso, y existen avances solo para redes casi completas o casos especiales (como configuraciones en bipartitos).

Esto alienta a profundizar en la búsqueda, existencia y construcción de nuevas clases de redes uniformemente confiables, y la generalización de modelos que incluyen restricciones por diámetro, que tienen potenciales aplicaciones en redes de telecomunicaciones que son sensibles a la latencia.

Referencias bibliográficas

- [1] P. Romero, Uniformly optimally reliable graphs: A survey. *Networks* (to appear).
- [2] F.T. Boesch, On unreliability polynomials and graph connectivity in reliable network synthesis, *J. Graph Theory* 10 (1986), 339–352.
- [3] A. Kelmans, On graphs with randomly deleted edges, *Acta Mathematica Hungarica* 37 (1981), 77 – 88.
- [4] W. Myrvold, K. Cheung, L. Page, and J. Perry, Uniformly-most reliable networks do not always exist, *Networks* 21 (1991), 417–419.
- [5] J. Brown and D. Cox, Nonexistence of optimal graphs for all terminal reliability, *Networks* 63 (2014), 146–153.
- [6] Y. Ath and M. Sobel, Counterexamples to conjectures for uniformly optimally reliable networks, *Prob. Eng. Informat. Sciences*, 14 (2000), 173–177.
- [7] D. Gross and J.T. Saccoman, Uniformly optimally reliable graphs, *Networks* 31 (1998), 217–225.
- [8] P. Romero, The Gross–Saccoman conjecture is true, *Networks* 78 (2021), 164–173.
- [9] M. Martinez, P. Romero, and J. Viera, A simple proof of the Gross-Saccoman multigraph conjecture, *Networks* 80 (2022), 333–337.
- [10] P. Romero, Universal reliability bounds for sparse networks, *IEEE Trans. Reliability*, 71 (1), 2022, 359–369.
- [11] H. Cancela, G. Guerberoff, F. Robledo, and P. Romero. Analysis and reliability of separable systems, *Operations Research Perspectives*, 8 (2021).
- [12] H. Cancela, L. Murray, F. Robledo, P. Romero, and P. Sartor, On the reliability estimation of stochastic binary systems. *International Transactions in Operational Research*, 29 (3), 1688–1722, 2021.

Licenciamiento

Reconocimiento-NoComercial-Compartir Igual 4.0 Internacional. (CC BY-NC-SA)