

Informe final publicable de proyecto

Universalidad, teoría de campos y sistemas fuertemente correlacionados

Código de proyecto ANII: FCE_1_2021_1_166479

Fecha de cierre de proyecto: 01/07/2024

WSCHEBOR PELLEGRINO, Nicolás (Responsable Técnico - Científico)
PELÁEZ ARZÚA, Mónica Marcela (Co-Responsable Técnico-Científico)
BARRIOS ACOSTA, Nahuel Andrés (Investigador)
BERETTA, Piero (Investigador)
CABRERA SOSA, Santiago (Investigador)
CODELLO, Alessandro (Investigador)
DE FABRITIIS, Philipe (Investigador)
DE POLSI ASTAPENCO, Gonzalo Héctor (Investigador)
HERNANDEZ, Guzman (Investigador)
HORVATH RIBAS, Nicolás (Investigador)
SÁNCHEZ VILLALOBOS, Carlos Alberto (Investigador)
ALVEZ CÁNEPA, Anaclara (Investigador)

UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA. FACULTAD DE INGENIERÍA (Institución Proponente) \\
UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA. FACULTAD DE INGENIERÍA

Resumen del proyecto

El proyecto ha empleado los métodos de la teoría de campos para el estudio de una diversidad de problemas físicos en los cuales las componentes microscópicas interactúan de manera intensa. En sistemas de este tipo no es posible, ni siquiera como primera aproximación, considerar dichas componentes microscópicas como libres o independientes. En particular, se estudiaron diversos aspectos de varias transiciones de fase en sistemas de la física de la materia condensada como ser la transición líquido-gas, la transición ferromagnético-paramagnético (con y sin anisotropías) o la transición del Helio-4 fluído-superfluído. Cuando dichos sistemas experimentan una transición de fase de segundo orden (es decir, sin calor latente) presentan interacciones que suelen ser intensas y correlacionadas en distancias mucho mayores a las de la física microscópica subyacente. Integrantes del grupo de investigación del presente proyecto han mostrado que un cierto esquema de aproximación ha permitido el cálculo preciso y certero de varias cantidades en este régimen (en algunos casos alcanzando la mejor precisión de la literatura) ampliando estudios previos. Paralelamente, se emplearon métodos similares para el estudio de la Cromodinámica Cuántica (teoría que describe las interacciones fuertes nucleares) a distancias comparables o mayores al radio del protón. En particular, se utilizó un modelo ampliamente estudiado por el grupo de investigación que permite el establecimiento de un esquema de aproximación controlado para el cálculo de propiedades de la Cromodinámica Cuántica. Se estudió la conformación de algunos estados ligados (denominados mesones y glueballs) a partir de sus constituyentes, los quarks y gluones en el límite no-relativista. Además, logró probar en este modelo el confinamiento de los quarks dentro de los mesones. En lo metodológico, el proyecto pone en valor que una diversa gama de problemas puede ser abordada en conjunto debido al uso de métodos comunes en ramas de la física a priori muy diferentes.

Ciencias Naturales y Exactas / Ciencias Físicas / Física de Partículas y Campos / Teoría de campos y sistemas fuertemente correlacionados

Palabras clave: teoría de campos / correlación / universalidad /

Antecedentes, problema de investigación, objetivos y justificación.

Existe un número importante de problemas tanto en la física como en otras disciplinas en los cuales un número grande de componentes interactúan entre sí. En muchos casos estas interacciones dan lugar a la aparición de fenómenos macroscópicos emergentes en los que el rol de las componentes microscópicas se desvanece. Un ejemplo paradigmático de este tipo de situación es la conformación de un fluido a partir de las moléculas que lo componen. El comportamiento individual de las moléculas es difícil de observar y, a la vez, no es particularmente interesante a los efectos de entender el fluido a nivel macroscópico. Esto da lugar a una rama importante de la física denominada "mecánica estadística".

En general, el analizar exactamente un sistema mecánico-estadístico es una tarea formidable. Una simplificación ampliamente empleada corresponde a suponer que las diferentes componentes actúan de manera independiente o interactuando vía un campo medio. Este tipo de aproximación de "campo medio" es de muy amplia aplicación tanto en física como en otras ramas de la ciencia. Por ejemplo, es una aproximación bien justificada en el caso de los gases diluidos. En ellos, las moléculas interactúan muy poco entre sí y por lo tanto pueden ser analizadas en primera aproximación como independientes.

En la naturaleza existen muchos sistemas que pueden estudiarse mediante aproximaciones de este tipo. Sin embargo, existen también muchos sistemas en los cuales las interacciones entre las componentes juegan un papel esencial y éstas no pueden ser despreciadas aún en primera aproximación. Por ejemplo, es difícil

estudiar con precisión el comportamiento macroscópico de un líquido a partir de las moléculas individuales. Sistemas con muchas componentes aparecen también en otras ramas de la física. Por ejemplo, en la física de partículas existen muchos fenómenos que pueden estudiarse suponiendo las interacciones pequeñas. Las interacciones leves en la física de partículas (como las presentes en muchos fenómenos electromagnéticos) dieron lugar al desarrollo de una poderosa herramienta denominada “diagramas de Feynman” (luego empleados en muchas otras ramas de la física). Sin embargo, existen problemas en la física de partículas que no pueden abordarse suponiendo que las partículas interactúan levemente. El ejemplo más notorio aparece en la física de las interacciones nucleares, cuya teoría microscópica se denomina Cromodinámica Cuántica (QCD). Esta describe la formación de protones y neutrones a partir de sus constituyentes, denominados quarks y gluones. El pasaje de la física microscópica de la QCD a las interacciones entre protones y neutrones (y otras partículas similares denominadas hadrones) es un problema que tiene mucho en común con entender el comportamiento de un líquido a partir de las moléculas que lo componen. Un aspecto importante en el caso de la QCD es que la teoría de perturbaciones usual que surge del procedimiento de Faddeev-Popov[FP67] predice su propio fracaso pues en ella la constante de acoplamiento entre quarks y gluones crece a grandes distancias (dando lugar a lo que se denomina un “polo de Landau infrarojo”). Sin embargo, dicho procedimiento no es válido en el régimen infrarojo de las teorías de gauge no-abelianas debido al problema llamado de Gribov[Gr89]. De hecho, el mencionado polo de Landau es espurio: se observa en las simulaciones Monte-Carlo efectuadas en el gauge de Landau que la constante de acoplamiento permanece moderada

(aún a grandes distancias) y que los gluones muestran un comportamiento masivo[latticeQCD]. Esto desafía muchas ideas previamente aceptadas. Cabe destacar los numerosos intentos de resolver el problema de Gribov, siendo el más notorio el modelo de Gribov-Zwanziger[GrZw89].

Vale la pena señalar que los problemas que requieren la suma de un número infinito de diagramas de Feynman no siempre están asociados con interacciones intensas. Por ejemplo, la formación de estados ligados (como el átomo de hidrógeno a partir del protón y del electrón que lo conforman) requiere el estudio de un número infinito de diagramas de Feynman[Weinberg95]. Sin embargo, la identificación de pequeños parámetros que permitan establecer aproximaciones controladas siempre es bienvenida: la familia de diagramas que da lugar a la conformación de estados ligados electromagnéticos es infinita pero conocida y controlable analíticamente.

Existen muchos otros puntos que relacionan la mecánica estadística y la física de partículas. El primero es el rol que juegan en muchos de estos fenómenos los “campos”. Estos describen propiedades físicas distribuidas en el espacio.

Por ejemplo, el comportamiento macroscópico de un fluido suele estar bien descrito mediante el valor de la densidad en distintos puntos del espacio. Esto es así a pesar de que a nivel microscópico el fluido está descrito por el comportamiento corpuscular de las moléculas que lo componen. Asimismo, en la física de altas energías cada tipo de partículas tiene asociado un campo y el marco teórico que los describe se denomina “teoría cuántica de campos”.

Un segundo punto de vinculación entre estas dos ramas de la física es el rol que ha jugado el “grupo de renormalización” desde los trabajos pioneros de Wilson en los años 70[Wil71]. Dicho método permite asociar la teoría que describe un sistema visto a escalas diferentes. Esta metodología ha jugado un rol fundamental en la física teórica y ha permitido una fertilización cruzada entre ramas que hasta los trabajos de Wilson eran vistas como muy lejanas[Wilczek2016]. En particular, juega un papel central en los sistemas en que las interacciones son importantes y es difícil vincular la física descrita en escalas muy diferentes. Esto dio lugar a una incorporación de los métodos del grupo de renormalización como herramienta fundamental en el estudio de la física de la materia condensada (en particular, en el estudio de las transiciones de fase).

Al mismo tiempo, este vínculo provocó una revolución en nuestra comprensión de las teorías cuánticas de campos utilizadas en la física de partículas dando lugar a la introducción de las “teorías efectivas de

campos” y permitiendo una profunda reinterpretación de un procedimiento previamente empleado en la física de partículas denominado “renormalización”[Weinberg95]. Los trabajos de Wilson permitieron renunciar a ver las teorías cuánticas de campos como teorías “fundamentales” que debieran ser válidas a distancias arbitrariamente pequeñas. Por el contrario, se tiende hoy a pensar las teorías de campos como el comportamiento a grandes distancias de teorías microscópicas muy generales.

Además, estos trabajos dieron lugar al surgimiento de la noción de “universalidad”: fenómenos físicos con naturaleza microscópica radicalmente diferente pueden tener el mismo comportamiento macroscópico. Por ejemplo, la transición de fase líquido-gas presenta un “punto crítico” en el cual el calor latente de la transición se anula y el sistema presenta fuertes correlaciones. Asimismo, los imanes experimentan a grandes temperaturas una transición de fase denominada “transición de Curie” que, para los imanes uniaxiales, muestran el mismo comportamiento cuantitativo que la transición líquido gas. Se dice que ambas transiciones pertenecen a la misma “clase de universalidad” que resulta ser la misma que la del famoso modelo de Ising[Ising1925,Bootstrap].

Los trabajos de Wilson permitieron, además, la clasificación de clases de universalidad en dimensiones cercanas a la dimensión crítica superior (dimensión por encima de la cual el sistema puede describirse, en lo que respecta a las propiedades universales como exponentes críticos, mediante el análisis de campo medio). Dicho análisis proporciona una primera aproximación al panorama global de todas las teorías críticas.

Los trabajos de Wilson desembocaron en los años '90 al desarrollo de una versión moderna de su grupo de renormalización que se ha denominado “Grupo de Renormalización Funcional” (FRG) o “No-Perturbativo”[Wett1991,Wett1993,Ellwanger1993,Morris1994]. Dicha herramienta ha servido de base para la formulación de esquemas de aproximación que no presuponen el acoplamiento débil entre los grados de libertad. Dichos esquemas son muy difíciles de controlar en marcos más tradicionales de la teoría de campos (como las ecuaciones de Schwinger-Dyson) pero en el contexto del FRG han resultado ser muy eficientes para el estudio de sistemas fuertemente correlacionados. Recientemente se ha probado que algunos de esos métodos como el “Desarrollo en Gradientes” (DG) tienen asociado un pequeño parámetro aún en condiciones de interacciones intensas.

En lo que refiere a QCD, los resultados Monte-Carlo[latticeQCD] permitieron introducir un modelo consistente en la incorporación de una masa a los gluones luego de fijar el gauge de Landau[TW10], lo que corresponde a un caso particular del modelo de Curci-Ferrari (CF)[CF76].

Este proyecto tiene por propósito el estudio de un conjunto variado de sistemas provenientes tanto de la mecánica estadística como de la QCD mediante el uso de los métodos de la teoría de campos. El eje en común es la identificación en ambos tipos de problemas de aproximaciones controladas y sistemáticamente mejorables en situaciones en las que se pensaba que ello no era posible. Como se detalla más adelante, dichos problemas incluyen:

- el cálculo mediante el DG de propiedades presentes en transiciones de fase de segundo orden (incluyendo sistemas magnéticos, el Helio-4 superfluido, líquido-gas y polímeros autoevitantes). Incluye “exponentes críticos” y cantidades más sofisticadas como los “cocientes universales de amplitudes”.
- el estudio mediante el DG de algunas clases de universalidad recientemente propuestas[NewUC].
- el cálculo a segundo orden de la función de correlación de tres gluones basado en el modelo de CF.
- el estudio de la formación de estados ligados en el modelo de CF.

El presente proyecto es un proyecto de física teórica y emplea los métodos usuales de la disciplina. Nuestro equipo ha participado en el desarrollo de avances metodológicos para el estudio de sistemas en los que las interacciones juegan un papel central. También tenemos abundantes antecedentes en la aplicación de dichas metodologías para el cálculo de cantidades físicamente observable o que, al menos, hayan sido simuladas por Monte-Carlo.

El presente proyecto no estará tan centrado en innovaciones metodológicas sino que se emplearán métodos y estrategias de trabajo ya bien puestas a punto en nuestros trabajos anteriores para su aplicación en varios sistemas físicos. En particular, emplearemos tres esquemas de aproximación diferentes con miras a estudiar los problemas de mecánica estadística o en QCD mencionados anteriormente. En la parte de mecánica estadística se empleará el desarrollo en gradientes de las ecuaciones de FRG con miras a estudiar diversas propiedades universales de varias transiciones de fase. En lo que refiere a QCD se utilizarán dos esquemas de aproximación: el desarrollo perturbativo del modelo de CF en lo que refiere a los aspectos que conciernen los quarks pesados y el esquema "Rainbow Improved" para lo que refiere a los aspectos dominados por los quarks livianos y la ruptura espontánea de simetría quiral. Además se emplearán las ecuaciones asociadas al estudio de estados ligados (que son la ecuación de Bethe-Salpeter o, en el caso en el que el estado ligado está dominado por el comportamiento no-relativista, la ecuación de Schrödinger incluyendo las correcciones relativistas como pequeñas perturbaciones).

En el caso de los estudios perturbativos del modelo del CF la metodología consiste en analizar el conjunto de diagramas de Feynman que intervienen en el cálculo de una cierta función de correlación. En los casos presente de este tipo en el proyecto, serán diagramas a un loop o a dos loops. Luego dichos diagramas son tratados por medio de programación simbólica. Los códigos consisten, primero, en descomponer las funciones estudiadas según las diferentes componentes tensoriales que intervienen de modo de reducir el cálculo a funciones escalares. Los resultados dependen de un conjunto de integrales que se reducen a un número pequeño de integrales maestras mediante el algoritmo de Laporta. Finalmente, dichas integrales deben ser calculadas numéricamente (y para ello solemos emplear el código TSIL). El grupo ya tiene implementados códigos para realizar estos cálculos pero el procedimiento no está totalmente automatizado y requiere un importante esfuerzo de chequeo. El

mismo consiste, primero en hacer cada cálculo en doble ciego por dos integrantes independientes del equipo. Luego, se comparan los resultados obtenidos con límites particulares más simples previamente analizados en la literatura (como, por ejemplo, el caso sin masa para el gluón). De manera complementaria al chequeo suele ser necesario estudiar algunos casos particulares en que las expresiones generales obtenidas por el algoritmo de Laporta no están bien condicionadas y requieren un cálculo específico. Finalmente los resultados obtenidos son comparados con la literatura (típicamente con resultados experimentales o con simulaciones Monte-Carlo). Esto requiere

en algunos casos el ajuste de algunos parámetros del modelo. En el caso en que tomamos en cuenta una familia infinita de diagramas de Feynman resumada, el procedimiento que hemos desarrollado da lugar a un conjunto de ecuaciones integrales o integro-diferenciales que debe ser resueltas numéricamente. El procedimiento de generación de dichas ecuaciones es principalmente analítico pero en algunos casos solemos utilizar también verificaciones basados en cálculo simbólico. Nuevamente en ese caso se emplean diversas verificaciones que consisten en la comparación con casos particulares previamente conocidos (como el límite perturbativo de las ecuaciones o el caso sin masa del gluón) además de la comparación cruzada entre cálculos independientes realizados por integrantes del equipo. Luego dichas ecuaciones deben ser resueltas numéricamente. Para esta parte del proceso solemos utilizar tanto programas de cálculo simbólico como, en algún caso, programación en Fortran o C. Las ecuaciones suelen resolverse mediante algoritmos de recurrencia. Esta metodología se aplica tanto en el estudio de funciones de

correlación "Rainbow Improved" como en el uso más fenomenológico de ecuaciones de Bethe-Salpeter. En el caso del estudio de sistemas no-relativistas, las ecuaciones empleadas son mucho más simples y son resueltas mediante códigos relativamente simples (que pueden ser armados en programas de programación simbólica). En ese caso empleamos el uso de las ecuaciones de Schrödinger fenomenológicas empleando hamiltonianos previamente propuestos en la literatura.

En el caso de los problemas de mecánica estadística abordados, la metodología utilizada consiste en aproximar las ecuaciones del FRG mediante el uso del desarrollo en gradientes. Dicho esquema de aproximación (en sus diversas variantes y para diferentes modelos), permite obtener una expresión analítica aproximada de las ecuaciones que determinan la evolución de diversos vértices de interacción con la escala de renormalización. La deducción de estas ecuaciones requiere en algunas ocasiones el uso de programas de cálculo simbólico. Las mismas se presentan por lo general como un conjunto de ecuaciones diferenciales no lineales en derivadas parciales y se verificarán en los límites en que sean conocidas previamente. Estas ecuaciones en general no se pueden resolver analíticamente, pero pueden ser resueltas numéricamente por los métodos estándares (diferencias finitas o métodos pseudo-espectrales). Para hacerlo solemos utilizar códigos desarrollados en Fortran o C. Una de las ventajas de la metodología respecto a la simulación Monte-Carlo es que no requiere la utilización de grandes recursos informáticos (típicamente, algunos computadores personales rápidos o en algunos casos mediante el uso de un cluster de computadores). Sin embargo, a medida que nos hemos ido planteando desarrollos a mayor orden, obviamente, las exigencias informáticas han ido creciendo.

Resultados, análisis y discusión

Resumen de Objetivos y Resultados de Investigación en Física Teórica

La investigación en física teórica liderada por el grupo de trabajo ha alcanzado importantes hitos en diversas áreas, contribuyendo significativamente a la comprensión de fenómenos complejos y al desarrollo académico de estudiantes de posgrado. Este informe resume los objetivos establecidos, los resultados obtenidos y las observaciones pertinentes para cada uno de los proyectos llevados a cabo.

1. Cálculo de la Función de Correlación de Tres Gluones

Objetivo: Calcular la función de correlación de tres gluones al segundo orden en la teoría de perturbaciones utilizando el modelo de Curci-Ferrari, y testear la convergencia del resultado con simulaciones Monte-Carlo.

Resultado: Se logró calcular la función mencionada y se publicó el trabajo en la revista Physical Review D, con el título "Two-loop three-gluon vertex from the Curci-Ferrari model and its leading infrared behavior to all loop orders." Además, se amplió el análisis a la función de correlación de cuatro gluones, resultando en otra publicación titulada "Four-gluon vertex from the Curci-Ferrari model at one-loop order."

Cumplimiento: Totalmente cumplido. Este trabajo forma parte de la tesis de doctorado de Nahuel Barrios.

2. Análisis de Estados Ligados de Quarks-Antiquark

Objetivo: Analizar los estados ligados de parejas quark-antiquark en el marco del modelo de Curci-Ferrari, específicamente en la reproducción del espectro de los mesones más livianos.

Resultado: Se determinó el espectro de masas separando los casos donde los mesones corresponden a bosones de Goldstone y aquellos tratados mediante una aproximación no-relativista. Este trabajo concluyó con la finalización de la tesis de maestría de Anaclara Alvez.

Cumplimiento: Totalmente cumplido.

3. Estudio de Glueballs en Teoría de Yang-Mills

Objetivo: Analizar la formación de glueballs dentro del marco del modelo de Curci-Ferrari, con el objetivo de reproducir el espectro de glueballs.

Resultado: Se logró la obtención del espectro de masas de glueballs más livianas, que contribuyó a la tesis de maestría de Nicolás Horvath, defendida con éxito.

Cumplimiento: Totalmente cumplido.

4. Formación de Estudiantes de Posgrado

Objetivo: Apoyar la formación de varios estudiantes de maestría y doctorado en el grupo de investigación.

Resultado: Se han desarrollado tres tesis de maestría y una tesis de doctorado, con otras defensas programadas para el futuro cercano.

Cumplimiento: Totalmente cumplido.

5. Cooperación Internacional

Objetivo: Mantener y desarrollar la cooperación internacional entre el grupo de investigación y otros grupos en el extranjero.

Resultado: El proyecto facilitó la continuidad de colaboraciones con grupos en Francia y Brasil y permitió establecer nuevas alianzas, como con la Universidad de Varsovia.

Cumplimiento: Totalmente cumplido.

6. Unitarización de la Sección Eficaz en Choques entre Protones

Objetivo: Encontrar el esquema de unitarización más eficiente para los choques entre protones.

Resultado: Se exhibieron resultados en el "V Workshop on Nonperturbative Aspects of QCD" y se defendió exitosamente una tesis de maestría, cuyos resultados han sido enviados para publicación.

Cumplimiento: Totalmente cumplido.

7. Amplitudes Universales en Modelos $O(N)$

Objetivo: Calcular los cocientes universales de amplitudes en modelos $O(N)$, utilizando el grupo de renormalización funcional.

Resultado: Se publicó un artículo relacionado con este cálculo, contribuyendo a la clasificación de estas amplitudes.

Cumplimiento: Totalmente cumplido.

8. Cálculo de Exponentes Críticos de Ising

Objetivo: Calcular los exponentes críticos de Ising en el caso bidimensional.

Resultado: El trabajo se encuentra en estado avanzado, aunque ha experimentado demoras. Está previsto enviar los resultados para publicación.

Cumplimiento: Parcialmente cumplido.

9. Transición de Fase en Modelos de Reloj

Objetivo: Estudiar la transición de fase en modelos magnéticos de reloj tanto en dimensión bidimensional como tridimensional.

Resultado: Se lograron resultados preliminares, publicándose el trabajo realizado.

Cumplimiento: Totalmente cumplido.

10. Nuevas Clases de Universalidad

Objetivo: Analizar las nuevas clases de universalidad halladas más allá de la teoría de perturbaciones.

Resultado: Se logró identificar nuevas clases de universalidad, publicándose el trabajo correspondiente en la revista Physical Review E.

Cumplimiento: Totalmente cumplido.

Conclusiones y recomendaciones

El proyecto ha cumplido con creces su objetivo general inicial (ver el informe de actividades). Algunos indicadores que pueden sustanciar lo anterior son los siguientes: Ha dado lugar a 10 artículos publicados en

revistas internacionales arbitradas, a 2 en referato y a 2 en redacción, además de tres tesis de maestría terminadas y una cuya defensa está prevista para el mes próximo, una tesis de doctorado terminada y otra cuya defensa está prevista para noviembre próximo. El proyecto ha dado lugar también a varias presentaciones en congresos.

Los resultados obtenidos reflejan el compromiso y la efectividad del grupo de investigación en física teórica, no solo en el avance del conocimiento científico, sino también en la formación de nuevos investigadores. La colaboración internacional y el apoyo a estudiantes de posgrado han sido pilares fundamentales para el éxito de los objetivos planteados, dotando al grupo de una perspectiva amplia y dinámica dentro del campo de estudio.

Entre los múltiples resultados exitosos del proyecto queremos hacer especial mención al resultado reciente correspondiente a encontrar una solución con forma de tubo de flujo que permite mostrar el confinamiento de los quarks en el límite en que es posible desprestigiar sus fluctuaciones cuánticas mediante el uso de un modelo introducido por nuestro grupo de investigación y que ha mostrado ser muy eficaz para describir el comportamiento de las interacciones fuertes a distancias comparables al radio de un protón. Dicho trabajo se encuentra actualmente en referato y es, probablemente, el resultado más importante hallado hasta la fecha por nuestro grupo de investigación.

Referencias bibliográficas

- [FP67] Faddeev, L. D.; Popov, V. (1967). Phys. Lett. B. 25 (1): 29.
- [Gr89] V. N. Gribov, Nucl. Phys. B 139 (1978) 1.
- [latticeQCD] A. Cucchieri, T. Mendes, Phys. Rev. Lett. 100 (2008) 241601; A. Cucchieri, T. Mendes, Phys. Rev. D 78 (2008) 094503; I. L. Bogolubsky et al., Phys. Lett. B 676, 69 (2009); A. Cucchieri, T. Mendes, Phys. Rev. D 81 (2010) 016005.
- [GrZw89] D. Zwanziger, Nucl. Phys. B 323, 513 (1989); D. Zwanziger, Nucl. Phys. B 399, 477 (1993); D. Zwanziger, Phys. Rev. D 65 (2002) 094039; D. Dudal, J. A. Gracey, S. P. Sorella, N. Vandersickel and H. Verschelde, Phys. Rev. D 78 (2008) 065047; D. Dudal, S. P. Sorella, N. Vandersickel and H. Verschelde, Phys. Lett. B 680 (2009) 377; D. Dudal, O. Oliveira and N. Vandersickel, Phys. Rev. D 81 (2010) 074505.
- [Weinberg95] S. Weinberg, The Quantum Theory of Fields (1995) Cambridge University Press.
- [TW10] M. Tissier, N. Wschebor, Phys. Rev. D 82 (2010) 101701; M. Tissier, N. Wschebor, Phys. Rev. D 84 (2011) 045018.
- [CF76] G. Curci and R. Ferrari. Nuovo Cim. A32:151-168, 1976. & Phys. Lett. B , 63:91-94, 1976.
- [PRSTW1721] M. Peláez, U. Reinosa, J. Serreau, M. Tissier, N. Wschebor, Phys. Rev. D96 (2017) 114011 & Phys. Rev. D103(9):094035, 2021.
- [BPRSTW] M. Peláez, M. Tissier, N. Wschebor, Phys. Rev. D88 (2013) 125003; Phys. Rev. D90 (2014) 6, 065031; Phys. Rev. D92 (2015) 4, 045012. U. Reinosa, J. Serreau, M. Tissier, N. Wschebor: Phys. Rev. D89 (2014) 105016; Phys. Lett. B742 (2015) 61; Phys. Rev. D91 (2015) 045035; Phys. Rev. D93 (2016) 105002; Phys. Rev. D92 (2015) 025021. J.A. Gracey, M. Peláez, U. Reinosa, M. Tissier, Phys. Rev. D100 (2019) 034023. N. Barrios, M. Peláez, U. Reinosa, N. Wschebor, Phys. Rev. D 102 (2020) 114016.
- N. Barrios, J. Gracey, M. Peláez, U. Reinosa, e-Print: 2103.16218 [hep-th].
- [PRSTW21] M. Peláez, U. Reinosa, J. Serreau, M. Tissier, N. Wschebor, 2106.04526 [hep-th] (en referato en Rep. on Prog. Phys.).
- [BMW] J.P. Blaizot, R. Mendez-Galain, N. Wschebor; Phys. Lett. B632, 571 (2006); J. P. Blaizot, R. Méndez Galain y N. Wschebor, Eur. Phys. J. B58 (2007) 297-309; D. Guerra, R. Méndez Galain, N. Wschebor, Eur. Phys. J. B59 (2007) 357-365; F. Benitez, R. Méndez Galain, N. Wschebor, Phys. Rev. B77 (2008) 024431; F. Benitez, J.-P. Blaizot, H. Chaté, B. Delamotte, R. Mendez-Galain, N. Wschebor, Phys. Rev. E80 (2009) 030103; F. Benitez, J.-P. Blaizot, H. Chate, B. Delamotte, R. Mendez-Galain, N. Wschebor, Phys. Rev. E85 (2012) 026707.
- [Wil71] K. G. Wilson, Phys. Rev. B, 4 (1971) 3174.
- [Wilczek2016] F. Wilczek, Physica Scripta, T168 (2016) 014003.
- [Ising1925] E. Ising, Zeitschrift für Physik, 31.
- [Wett1991] C. Wetterich, Nuclear Physics, Section B, 352(3):529-584, apr 1991.
- [Wett1993] C. Wetterich, Zeitschrift für Physik C57(3) (1993) 451.
- [Ellwanger1993] U. Ellwanger, 58(4) (1993) 619.
- [Morris1994] T. R. Morris, Int. J. of Mod. Phys. A 09(14) (1994) 2411.
- [Partial6] I. Balog, H. Chaté, B. Delamotte, M. Marohnic, N. Wschebor, Phys. Rev. Lett., 123(24) (2019) 240604.
- [IsConf] B. Delamotte, M. Tissier, N. Wschebor, Phys. Rev. E, 93(1) (2016) 012144.
- [OnConf] G. De Polsi, M. Tissier, N. Wschebor, Journal of Statistical Physics, 177(6) (2019)1089.

[Partial4On] G. De Polsi, I. Balog, M. Tissier, N. Wschebor, Phys. Rev. E, 101 (2020) 042113.

[ConfIsPMS] I. Balog, G. De Polsi, M. Tissier, N. Wschebor, Phys. Rev. E, 101 (2020) 062146.

[LowTemp] M. Peláez, Nicolás Wschebor, Phys.Rev.E 94 (2016) 4, 042136

[Lipa2003] A. Lipa, A. Nissen, A. Stricker, R. Swanson, P. Chui, Phys. Rev. B 68(17) (2003) 174518.

[CampHus2001] M. Campostrini, M. Hasenbusch, A. Pelissetto, P. Rossi, E. Vicari, Phys. Rev. B63(21) (2001) 214503.

[Hus2019] M. Hasenbusch, Phys. Rev. B 100(22) (2019) 224517.

[Chester2019] S. M. Chester, W. Landry, J. Liu, D. Poland, D. Simmons-Duffin, Ning Su, and A. Vichi, JHEP 06 (2020) 142.

[RevNPRG2021] N. Dupuis, L. Canet, A. Eichhorn, W. Metzner, J.M. Pawłowski, M. Tissier, N. Wschebor, The nonperturbative functional renormalization group and its applications, Physics Reports, 910 (2021) 1-114.

[FPRG] J.O'Dwyer, H. Osborn, Annals Phys. 323 (2008), 1859-1898; H. Osborn, A. Stergiou, JHEP 05 (2018), 051; A. Codello, M. Safari, G. P. Vacca, O. Zanusso, Eur. Phys. J. C 78 (2018) no.1, 30.

[NewUC] A. Codello, M. Safari, G. P. Vacca, O. Zanusso, Phys. Rev. D \textbf{96} (2017) no.8, 081701; R. B. A. Zinati, A. Codello, G.~Gori, JHEP 04 (2019), 152; A. Codello, M. Safari, G. P. Vacca, O. Zanusso, Phys. Rev. D 101 (2020) no.6, 065002; A. Codello, M. Safari, G. P. Vacca, O. Zanusso, Phys. Rev. D 102 (2020) no.6, 065017; H. Osborn, A. Stergiou, JHEP 04 (2021), 128.

[FueraEq]L. Canet, O. Deloubrière, N. Wschebor y B. Delamotte, Phys.Rev.Lett 92 (2004) 195703; L. Canet, H. Chaté, B. Delamotte, Phys.Rev.Lett. 92 (2004) 255703; L. Canet, H. Chaté, B. Delamotte, I. Dornic, M. A. Muñoz, Phys.Rev.Lett. 95 (2005) 100601; L. Canet, H. Chaté, J.Phys.A40 (2007) 1937-1950; L. Canet, H. Chate, B. Delamotte, N. Wschebor, Phys.Rev.Lett. 104 (2010) 150601; Phys.Rev.E84 (2011) 061128; L. Canet, H. Chaté, Bertrand Delamotte, J.Phys.A44 (2011) 495001; T. Kloss, L. Canet, N. Wschebor, Phys.Rev.E86 (2012) 051124; Phys.Rev.E90 (2014) no.6, 062133; T. Kloss, L. Canet, B. Delamotte, N. Wschebor, Phys.Rev.E89 (2014) no.2, 022108; F. Benitez, N. Wschebor, Phys.Rev. 86 (2012) 010104; Phys.Rev.E87 (2013) no.5, 052132 ; D. Gredat, H. Chaté, I. Dornic, B. Delamotte, Phys.Rev.E89, 010102(R) (2014) ; F. Benitez, C. Duclut, H. Chaté, B. Delamotte, I. Dornic, M. A. Muñoz, Phys.Rev.Lett. 117, 100601 (2016) ; M. Tarpin, F. Benitez, L. Canet, N. Wschebor, Phys.Rev.E96 (2017) no.2.

[Bootstrap] S. El-Showk et al., Phys.Rev.D86, 025022 (2012); J.Stat.Phys. 157, 869 (2014); Phys.Rev.Lett.112, 141601 (2014); D. Poland, S. Rychkov, D. Simmons-Duffin, JHEP1411 (2014) 109; JHEP1406 (2014) 091; F. Kos et al., JHEP1608 (2016) 036.

Licenciamiento

Reconocimiento 4.0 Internacional. (CC BY)